



# РУКОВОДСТВО К ПРАКТИКУМУ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСТВУ

1985

1 x A 386

ТАРТУСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Кафедра общей физики

---

## РУКОВОДСТВО К ПРАКТИКУМУ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСТВУ

Составлено К.Куду

Перевод с эстонского Х.Тераль

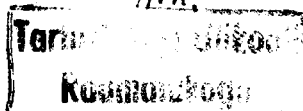
---

ТАРТУ 1985

Утверждено на заседании совета физико-химического  
факультета ТГУ 26 декабря 1984 года

KONSTITUTIO

Arch.



8464

**РУКОВОДСТВО К ПРАКТИКУМУ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСТВУ.**

Составитель Калыс И.У.Д.

Перевод с эстонского И. Тераля.

На русском языке.

Тартуский государственный университет.

СССР, 202400, г.Тарту, ул.Пяксона, 18.

Ответственный редактор И. Тераля.

Корректор И. Пауска.

Подписано к печати 9.01.1985.

Формат 60х84/16.

Бумага ротаторная.

Машинопись. Ротапринт.

Условно-печатных листов 19,30.

Учетно-издательских листов 19,12.

Печатных листов 20,75.

Тираж 295.

Заказ № 8.

Цена 65 коп.

Типография ТГУ, СССР, 202400, г.Тарту, ул.Пяксона, 14.

## Предисловие

Настоящее учебное пособие является переводом с эстонского языка одноименного пособия, изданного в 1982 г. и предназначенного для студентов точных наук университетов и технических вузов.

По сравнению с изданием 1976 г. многие лабораторные работы переделаны и методические руководства к ним переработаны (2.2, 3.2, 4, 5.2, 7.1, 9.1, 12 и др.). Часть работ по электричеству переведена в общеизмерительный практикум. Описания этих работ из данного пособия исключены. Установлен ряд новых работ (2.2.1, 3.1, 4.2, 4.4, 6.3, 8.2, 10.1, 11, 14.2, 15).

В конце каждого методического описания имеется, как правило, много вопросов, в которых студент по указанию преподавателя должен разобраться. Объем работ разный. В зависимости от длительности занятия и способностей студента преподаватель определяет ему конкретное задание, подлежащее выполнению в лаборатории. В теоретическом введении к работам каждый студент должен разобраться полностью.

В модернизации практикума по электричеству принимали участие многие сотрудники и преподаватели кафедры общей физики. Тщательную редакционную работу над пособием выполнила О. Манкин вместе с Л. Таррасте, которым выражаю особую благодарность.

Все замечания и предложения по руководству просим направлять в адрес кафедры общей физики Тартуского госуниверситета, ул. Тяхе 4.

Составитель



## 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

### 1.1. ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

#### 1. Задание

Изучение электростатического поля, создаваемого электродами различной геометрической формы, с помощью метода электролитической ванны в плоском случае\*.

#### 2. Принадлежности

Ванна с водой, комплект электродов, потенциометр, осциллографический индикатор нуля, доска для бумаги, пантограф с зондом и карандашом, провода.

#### 3. Теоретическое введение

Моделирование электрического поля с помощью электролитической ванны.

1. Задача на движение зарядов в электрическом поле. В ряде практических задач необходимо знать, как будут двигаться заряды в электрическом поле, создаваемом электродами различной формы. Такими задачами являются расчеты движения электронов в радиолампах, электронно-лучевых трубках осциллографов и телевизоров, фотоумножителях и т.д.

Эти задачи решаются в два этапа. Зная заряд электродов (или потенциалы), вначале определяют напряженность электрического поля во всех точках пространства. Если напряженность электрического поля известна, из формулы  $\vec{F} = q\vec{E}$  находят силы, которые действуют на заряд в любой точке простран-

\* Плоским называется случай, когда физическая величина зависит только от двух координат и не изменяется при изменении третьей координаты (предполагается, что первые две остаются неизменными).

ва.<sup>\*</sup> Вторая часть задачи — определение траектории и скорости движения заряда при известных силах и заданных начальных условиях — относится уже к области механики и решается на основании законов Ньютона.

Нахождение электрического поля, создаваемого электродами сложной формы, нередко представляет собой трудную математическую задачу. Часто вовсе невозможно решить подобную задачу математически и приходится прибегать к экспериментальному моделированию электрического поля.

При моделировании изучение данного явления в действительности заменяется изучением моделей этого явления в специальных экспериментальных условиях.

Наряду с изменениями размеров и материала тел, участвующих в явлении, изучаемый процесс часто заменяют другим, зависящим только от наиболее важных для изучаемого процесса физических величин или вообще носящего другой характер, но математическое описание которого сходно с описанием изучаемого процесса (например, изучение механических колебаний можно заменить изучением электрических колебаний).

2. Электролитическая ванна. Электростатическое поле в вакууме или диэлектрике можно моделировать с помощью электролитической ванны. Покажем, что поле металлических электродов, создаваемое в электролитической ванне, аналогично электростатическому полю в вакууме или диэлектрике, создаваемому теми же или геометрически подобными электродами.

Электролит содержит в каждом элементарном объеме, который значительно больше объема иона, равное число ионов с противоположными зарядами. Следовательно, в целом электролит нейтрален и нет необходимости учитывать влияние свободных зарядов.

Если через электроды, погруженные в электролит, пропустить ток, то происходит падение потенциала как на электродах, так и в электролите. Если проводимость электролита значительно меньше проводимости электродов, то падение потенциала на

<sup>\*</sup> Предполагается, что движущиеся заряды и их концентрация так малы, что не искажают поля, создаваемого электродами. Во многих практически важных случаях это условие выполняется.

электродах пренебрежимо мало и поверхность электрода есть эквипотенциальная поверхность. Это условие выполняется тем лучше, чем меньше проводимость электролита. Проводимость не должна быть и слишком малой (дистиллированная вода), т.к. в этом случае электролит похож на диэлектрик, а электрод, введенный в такой электролит, значительно изменяет первоначальное электрическое поле в нем.

В момент наложения разности потенциалов, когда ионы вследствие своей инерции еще не начали двигаться, электролит представляет собой диэлектрик и в нем образуется электростатическое поле. Под действием поля ионы начинают двигаться в направлении вектора напряженности поля. В неоднородном электрическом поле направление вектора напряженности изменяется непрерывно в пространстве и траектория заряда искривляется. Вследствие инерции ион отходит от силовой линии, на которой он вначале находился. В электролите, однако, он сталкивается с другими частицами, в результате чего теряет скорость прежде, чем успеет значительно удалиться от силовой линии. Далее движется ион снова вдоль вектора напряженности, т.е. по касательной к силовой линии. Практически ион движется по силовой линии. По поверхностям, перпендикулярным траектории движения частиц, движения зарядов не происходит. Следовательно, не происходит падения потенциала вдоль этих поверхностей и составляющая вектора напряженности электрического поля на эту поверхность равна нулю. Такие поверхности называются эквипотенциальными. Поскольку траектории носителей зарядов совпадают с силовыми линиями поля, то эквипотенциальные поверхности в электролите и вакууме совпадают.

Таким образом, электрическое поле в электролите с малой проводимостью аналогично полю в вакууме или диэлектрике; поверхности электродов — эквипотенциальные поверхности, распределение потенциала и напряженности поля совпадают.

Описанная аналогия имеет глубокое математическое обоснование. В сплошных средах закон Ома записывается только в векторной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (I)$$

где  $\vec{j}$  - плотность тока,  
 $\sigma$  - удельная проводимость среды,  
 $E$  - напряженность электрического поля.

Отсюда видно, что вектор плотности тока параллелен вектору напряженности поля. Таким образом, линии тока (т.е. линии, к которым в каждой точке вектор  $\vec{j}$  есть касательная и вдоль которых движется заряд) совпадают с силовыми линиями поля.

Известно, что потенциал электрического поля в вакууме и диэлектрике удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

Поскольку в электролите средняя плотность зарядов равняется нулю и во времени не изменяется, то поток заряда через замкнутую поверхность равен нулю:

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0.$$

Так как

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{и} \quad \vec{E} = \operatorname{grad} \varphi,$$

то

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2},$$

т.е. поле в электролите также удовлетворяет уравнению Лапласа, и, следовательно, распределение потенциала аналогично распределению потенциала в вакууме и диэлектриках.

3. Принципиальная схема опыта. Определение потенциала точек электролита происходит согласно схеме, приведенной на рис. 1. Электроды а и с, а также потенциометр АС подключены параллельно источнику напряжения  $\mathcal{E}$ .

В некоторую точку В электролита помещается металлический стержень - зонд, который подключается через измерительный

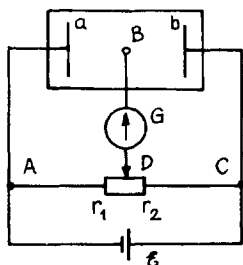


Рис. 1.

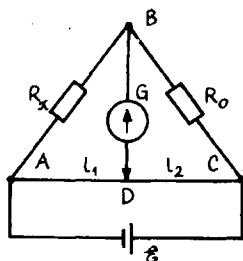


Рис. 2.

прибор (гальванометр, индикатор нуля или др.) к подвижному контакту потенциометра. Индикатор показывает ток на участке BD. Двигая зонд или подвижный контакт потенциометра, можно достигнуть нулевого значения тока между точками B и D что означает, что потенциалы в точках B и D одинаковы.

Пусть потенциал в точке C равен нулю. Если известна разность потенциалов между точками A и C, т.е.  $U_{AC}$ , которая равна разности потенциалов между электродами, а также сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  участков AD и DC, то можно легко определить потенциалы  $U_{DC}$  и  $U_{BC}$  точек D и B относительно точки C. Эти потенциалы равны, если гальванометр не показывает тока. Согласно закону Ома

$$\frac{U_{DC}}{U_{AC}} = \frac{r_2}{r_1 + r_2}, \text{ откуда}$$

$$U_{BC} = U_{DC} = \frac{r_2}{r_1 + r_2} U_{AC}. \quad (3)$$

По формуле (3) можно найти потенциал любой точки электролита. Если подвижный контакт находится в заданном положении, которое определяет потенциал точки D, изменяют положение зонда. Добиваясь нулевых значений тока в гальванометре, находят ряд точек, которые лежат на эквипотенциальной поверхности.

Легко заметить, что схема, приведенная на рис. 1, по существу является схемой моста Уитстона, приведенной для сравнения на рис. 2. Сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  частей потенциометра соответствуют сопротивлениям плеч  $l_1$  и  $l_2$  реохорда, сопротивления электролита  $R_1$  и  $R_2$  между зондом и электродами  $a$  и  $c$  соответствуют известному и неизвестному сопротивлениям  $R_0$  и  $R_x$ . Условие равновесия моста (отсутствие тока на участке  $BD$ ) можно записать в виде:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_1}{R_2}. \quad (4)$$

Это условие требует только пропорциональности сопротивлений и не зависит от разности потенциалов между электродами  $U_{ac}$ . Таким образом, если при некотором значении  $U_{ac}$  ток через гальванометр равен нулю, то при неизменных положениях зонда  $B$  и движка потенциометра  $D$  ток будет равен нулю и при любых других значениях потенциала между электродами. Следовательно, положение любой точки эквипотенциальной поверхности при заданном положении движка потенциометра не зависит от напряжения между электродами.

Эквипотенциальную поверхность в электролитической ванне удобнее характеризовать не ее потенциалом, а положением движка потенциометра, при котором ток через гальванометр равен нулю, если зонд находится в точках этой поверхности. Положение движка потенциометра при этом определяется отношением  $\frac{r_2}{r_1 + r_2}$ , которое численно равно потенциалу данной поверхности, когда напряжение между электродами равно 1 В.

Задавая значения отношения  $\frac{r_2}{r_1 + r_2}$ , можно найти эквипотенциальные поверхности, не обращая внимания на разность потенциалов между электродами. Величину потенциала на этих поверхностях при заданном напряжении между электродами можно определить по формуле (3).

4. Подобие. Для того чтобы по значениям физической величины, найденной на модели, судить о ее значениях в действительности, надо знать соотношение между этими значениями. Обычно модели изготавливаются не в натуральную величину, а в несколько раз больше или меньше оригинала с учетом геометрии-

ческого подобия. Геометрическое подобие заключается в том, что отношение расстояния между двумя любыми точками модели к расстоянию между соответствующими точками оригинала остается постоянным. Наряду с геометрическим подобием должны быть выполнены условия подобия по отношению ко всем физическим величинам, характеризующим данную задачу. Это означает, что отношение значений физической величины модели к значениям физической величины оригинала должно сохраняться (во всех соответствующих точках модели и оригинала и в любой момент времени)\*.

Величину этого отношения называют коэффициентом подобия. Для разных физических величин эти коэффициенты могут быть, конечно, различными. Например, при изменении всех линейных размеров в одинаковое число раз изменяется вес любой детали как куб линейных размеров. Ее прочность, пропорциональная площади поперечного сечения, изменяется как квадрат линейных размеров. Условия подобия не всегда можно выполнять относительно всех физических величин, которые необходимы для решения задачи. В этом случае приходится либо отказаться от моделирования, либо уменьшить число физических величин, т.е. характеризовать задачу не полностью.

При моделировании электростатического поля с помощью электролитической ванны можно изменять, по сравнению с оригиналом, как размеры электродов, так и значения потенциалов. Условия подобия для электрического поля в межэлектродном пространстве легко выполнить. Они следующие: если изменить размеры всех электродов в известное число раз и одновременно во столько же раз изменить расстояние между ними, причем значения потенциалов на электродах не изменяются, то потенциалы соответствующих точек модели и оригинала одинаковы. При этом напряженность электрического поля согласно формуле

$$E = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta l} \quad (5)$$

---

\* При моделировании можно изменять и масштаб времени, т.е. изменять скорость протекания всех процессов в некоторое число раз.

(справедливой при малых значениях  $\Delta e$ ) изменяется обратно пропорционально линейным размерам. Если же оставим размеры электродов и расстояния между ними прежними, а изменим одновременно потенциалы всех электродов в заданное число раз, то во столько же раз изменятся потенциалы всех точек межэлектродного пространства. Напряженность электрического поля в этом случае изменится прямо пропорционально потенциалам электродов.

5. Изоляторы в электролитической ванне. Влияние стенок ванны. Если в электролитическую ванну поместить изолятор, то заряды обойдут изолятор, двигаясь параллельно его поверхности. Согласно закону Ома в дифференциальной форме силовые линии поля вблизи поверхности изолятора также параллельны этой поверхности. Следовательно, эквипотенциальные поверхности должны быть перпендикулярными к поверхности изолятора.

Хорошо известно, что при помещении диэлектрика в электрическое поле внутри диэлектрика также возникает поле; входя внутрь диэлектрика, силовые линии поля преломляются на его поверхности. Таким образом, силовые линии поля ведут себя совершенно по-разному в случае, когда диэлектрик помещен в вакуум (или непроводящую среду) или когда он помещен в электролит. Из сказанного следует, что моделировать с помощью электролитической ванны изменения электрического поля, вызванные помещением диэлектрика в межэлектродное пространство, в общем нельзя\*.

---

\* При моделировании электростатического поля электрическим полем постоянного тока в электролите величиной, аналогичной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ , служит удельная проводимость  $\sigma$ . Это означает, что на границе двух сред с проводимостями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  линии тока преломляются так же, как силовые линии поля на границе двух сред с диэлектрическими постоянными  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , если  $\sigma_1 : \sigma_2 = \epsilon_1 : \epsilon_2$ . Но создать твердую границу раздела между электролитами, обладающими разными проводимостями, практически невозможно. Электростатическое поле, в котором помещен диэлектрик, очень грубо (качественно) можно моделировать, изменяя глубину ванны в тех местах, где находится диэлектрик, т.е. изменяя общую проводимость электролита за счет уменьшения площади поперечного сечения ванны. Для этого можно использовать также тела, изготовленные из пористого изолятора.



Если стенки ванны изготовлены из изолятора, то вблизи стенок картина поля искажена по сравнению с полем в неограниченной среде. Искажющее действие стенок можно заметно уменьшить, если размеры ванны выбрать значительно больше размеров электродов и если стенки ванны изготовить из металла и на них подать потенциал, равный потенциалу оригинала на бесконечности.

6. Поляризация электродов. Замена постоянного тока переменным. Как известно, при прохождении постоянного тока через электролит происходит выделение на катоде различных веществ из электролита (электролиз). Даже если электроды изготовлены из одного и того же материала, через некоторое время они будут отличаться друг от друга. При помещении в электролит двух разных проводников получается гальванический элемент: между этими двумя проводниками устанавливается разность потенциалов, обусловленная различными скачками потенциала на поверхности электродов. Изменение скачков потенциала на поверхности электродов за счет выделения на них различных веществ из электролита принято называть поляризацией электродов.

За счет поляризации электродов в течение опыта картина распределения потенциала в электролитической ванне может существенно измениться, в результате чего измерения уже будут неточными. Причем на электродах могут выделяться непосредственно или за счет вторичных химических процессов такие химические вещества, которые обладают слабой проводимостью по сравнению с электролитом. Это приведет к нарушению эквипотенциальности поверхности электродов. Эквипотенциальность поверхности электродов была одним из основных условий, которое позволило заменить электростатическое поле электрическим полем тока в электролите.

Для устранения вредного действия поляризации на распределение потенциала между электродами вместо постоянного тока используется переменный. В этом случае ток проходит в одном направлении в течение половины периода, и поляризация электродов не успевает достигнуть существенного значения. В течение второго полупериода электроды меняются ролями, вещества

выделяются вновь в электролит.

В пункте 3 было показано, что отсутствие тока на участке проводника, соединяющего зонд с движком потенциометра, зависит для данного положения движка не от разности потенциалов между электродами, а только от положения зонда. Поэтому, если ток на зонд отсутствует при некотором постоянном значении разности потенциалов, то он будет отсутствовать в любой момент и в том случае, если на электроды подано переменное напряжение.

Таким образом, использование переменного тока не вносит никаких изменений в методику нахождения потенциалов точек ванны, за исключением того, что гальванометр, измеряющий ток в цепи зонда, нужно заменить прибором, регистрирующим переменный ток. В качестве таких приборов можно использовать электронный осциллограф, ламповый вольтметр и даже телефон.

7. Нахождение траектории движения заряда. Как уже указывалось, если известна напряженность электрического поля во всех точках движения заряда, то можно найти все величины, характеризующие это движение, например, траекторию заряда и его скорость в любой точке. Одним из наиболее простых и достаточно точных методов нахождения траектории является метод радиусов кривизны. Он удобен в случае плоского движения заряда, если определены эквипотенциальные поверхности. Опишем ниже этот метод.

Под действием электрического поля ионы в общем случае двигаются не по прямолинейным, а по криволинейным траекториям. На малом участке пути любую кривую можно заменить дугой подходящего радиуса  $\rho$ . Движение иона массой  $m$  со скоростью  $v$  по окружности с радиусом  $\rho$  возможно только в том случае, если на ион действует центростремительная сила

$$F = \frac{mv^2}{\rho}, \quad (6)$$

направленная по радиусу к центру окружности.

В случае движения иона в электрическом поле центростремительной силой является проекция силы (действующей на заряд со стороны электрического поля) на радиус, т.е. компо-

нент силы, перпендикулярный к траектории движения. Если напряженность поля в заданной точке, где рассматривается элемент траектории, равна  $\vec{E}$  и угол между нормалью к траектории и направлением вектора  $\vec{E}$  равен  $\vartheta$ , то проекция силы на направление радиуса

$$F_n = qE \cos \vartheta. \quad (7)$$

Пусть  $\varphi_1$  — потенциал поля в точке, где рассматривается элемент траектории,  $\varphi_0$  — потенциал в точке, где скорость иона равна нулю. Работа по перенесению иона между двумя этими точками

$$A_{01} = q U_{01} = q(\varphi_0 - \varphi_1). \quad (8)$$

Вследствие закона сохранения энергии заряд получает кинетическую энергию, равную совершенной работе:

$$\frac{mv^2}{2} = q(\varphi_0 - \varphi_1). \quad (9)$$

Умножив обе половины этого равенства на два и разделив на радиус  $\rho$ , получим

$$\frac{mv^2}{\rho} = \frac{2q}{\rho}(\varphi_0 - \varphi_1). \quad (10)$$

Из формул (6), (7) и (10) находим:

$$\rho = \frac{2(\varphi_0 - \varphi_1)}{E \cos \vartheta}. \quad (11)$$

Если известно распределение потенциала, можно найти абсолютное значение напряженности электрического поля

$$E = \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}, \quad (12)$$

где  $\Delta \varphi$  — приращение потенциала на отрезке  $\Delta l$ , который направлен по силовой линии и, следовательно, перпендикулярен эквипотенциальной поверхности. На основании формулы (12) находим конечное выражение для радиуса кривизны рассматриваем-

мого участка траектории:

$$\rho = \frac{2(\varphi_0 - \varphi_1) \Delta \ell}{\Delta \varphi \sin \vartheta}. \quad (13)$$

Практический способ последовательного конструирования участка траектории заряда показан на рис. 3.

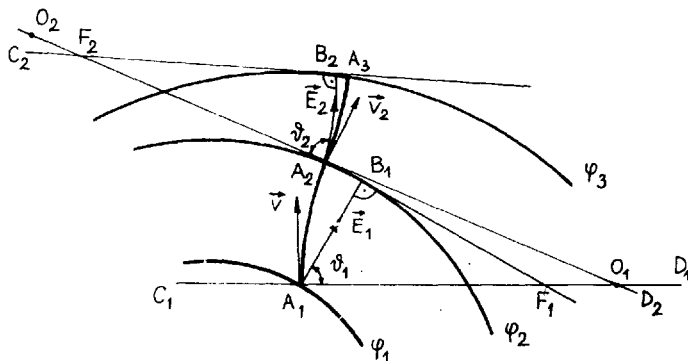


Рис. 3.

Пусть заряд, скорость которого в точке траектории с потенциалом  $\varphi_0$  равна нулю, при попадании в точку  $A_1$ , находящуюся на эквипотенциальной поверхности с потенциалом  $\varphi_1$ , приобретает скорость, обозначенную на рисунке вектором  $\vec{v}_1$ . Конструирование участка траектории заряда между двумя эквипотенциальными поверхностями осуществляется с помощью линейки и циркуля следующим образом.

Найдем отрезок силовой линии поля между эквипотенциальными поверхностями, потенциалы которых  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . Для этого отложим отрезок  $A_1B_1$ , перпендикулярный к обеим поверхностям\*.

Проведем прямую  $C_1A_1D_1$ , которая перпендикулярна к вектору  $\vec{v}_1$  в точке  $A_1$ . Это нормаль к траектории. Угол  $B_1A_1D_1$  есть угол  $\vartheta$  между направлением вектора напряженности и нор-

\* Если эквипотенциальные поверхности не параллельны между собой, то отрезок  $A_1B_1$  следует провести так, чтобы он составлял возможно меньшие углы с нормальными к обеим поверхностям.

маленько. Длина отрезка  $A_1B_1$  равна  $\Delta\varrho$ , и  $|\varphi_2 - \varphi_1| = |\Delta\varphi|$ .

Для того чтобы не измерять угол  $\mathcal{D}$ , проведем нормаль к отрезку  $A_1B_1$  из точки  $B_1$  до пересечения с прямой  $C_1A_1D_1$  в точке  $F_1$ . Обозначим:  $A_1F_1 = \Delta\varrho'$ . Из прямоугольного треугольника  $A_1B_1F_1$  легко найти  $\Delta\varrho'$ :

$$\Delta\varrho' = \frac{\Delta\varrho}{\cos \mathcal{D}}. \quad (14)$$

Используя это выражение, можно формулу (13) переписать в виде:

$$\rho = \frac{2(\varphi_2 - \varphi_1) \Delta\varrho'}{|\varphi_2 - \varphi_1|}. \quad (15)$$

Измерив на рисунке  $A_1F_1 = \Delta\varrho'$ , вычислим радиус кривизны по формуле (15). Величины  $\varphi_2, \varphi_1, \varphi_2$  заданы.

Отложив на прямой  $C_1A_1D_1$  от точки  $A_1$  отрезок длиной  $\rho$ , найдем центр кривизны  $O_1$ . Нужно учесть, что центр кривизны отстоит от точки  $A_1$  на прямой  $C_1A_1D_1$  в том же направлении, в котором лежит проекция отрезка  $A_1B_1$  на эту прямую, если

- 1) исследуется движение положительного заряда,
- 2)  $\varphi_1 > \varphi_2$ .

Центр кривизны лежит по другую сторону от точки  $A_1$ , если одно из этих условий заменяется противоположным.

Проведем циркулем дугу  $A_1A_2$ , радиус которой  $\rho$ , а центр находится в точке  $O_1$ . Дуга  $A_1A_2$  и есть отрезок траектории движения заряда между эквипотенциальными поверхностями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Заменяя в предшествующих рассуждениях  $A_1$  на  $A_2$ ,  $\varphi_1$  на  $\varphi_2$  и  $\varphi_2$  на  $\varphi_3$ , найдем этим же методом следующий отрезок траектории  $A_2A_3$  и т.д. При этом не нужно проводить вектора скорости  $\vec{v}_2$  в точке  $A_2$ , поскольку это было необходимо для нахождения нормали к траектории в этой точке; этой нормалью будет радиус  $O_1A_2$ .

В заключение отметим, что ион, начальная скорость которого была равна нулю, движется вдоль силовой линии до тех пор, пока силовая линия есть прямая, т.е. по крайней мере (при

нашем конструировании) между двумя первыми эквипотенциальными поверхностями. Это нужно учитывать при построении начального участка траектории.

#### 4. Экспериментальная установка

Схема установки приведена на рис. 4. В качестве потенциометра используется магазин сопротивлений с II-позиционным переключателем. Крайние контакты через конденсаторы\* подключаются к источнику переменного тока (сеть 220 В) и к клеммам, с которыми соединены электроды.

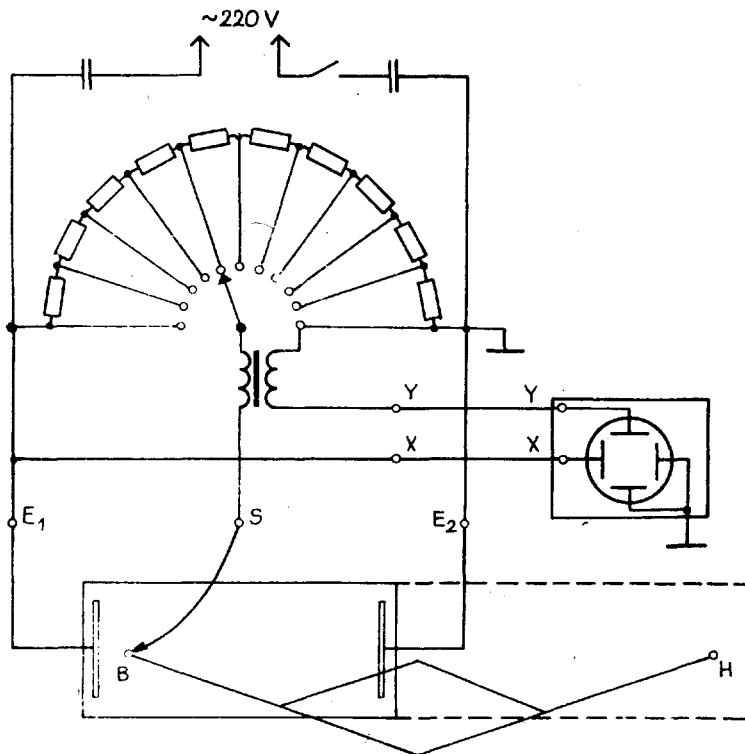


Рис. 4.

\* Конденсаторы необходимы для ограничения тока в ванне.

Сопротивление каждой секции магазина (всего их 10) равно 100 Ом. Делитель напряжения позволяет найти местоположение девяти эквипотенциальных поверхностей (кроме двух эквипотенциальных поверхностей самих электродов), причем потенциалы поверхностей отличаются на  $\frac{1}{10}$  напряжения между электродами.

В качестве прибора, регистрирующего наличие переменного тока, служит осциллографический индикатор нуля. Для включения индикатора и зонда на панели находятся клеммы "X", "Y" и "S". Эквипотенциальные поверхности наносятся на бумагу с помощью пантографа.

Пантограф — прибор, служащий для уменьшения или увеличения масштаба рисунков, карт и т.д. в заданное число раз. Он позволяет нанести на бумагу точки, лежащие в плоскости, сохраняя подобие. Пантограф состоит из четырех плеч, соединенных между собой шарнирами. Плечи образуют параллелограмм (рис. 5). Параллелограмм можно вращать в горизонтальной плоскости вокруг точки  $G$  (полюса), лежащей на одной из боковых сторон (или ее продолжении), при этом одновременно из-

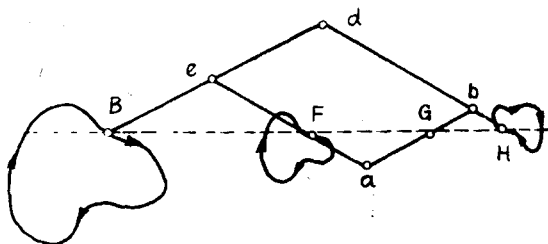


Рис. 5.

меняются углы параллелограмма. Если некоторая точка  $B$ , которая лежит на одной из сторон параллелограмма (или ее продолжении), вырисовывает заданную кривую, то точки  $F$  и  $H$ , лежащие в точках пересечения отрезка, соединяющего точки  $B$  и  $G$  с другими боковыми сторонами (или их продолжениями), вырисовывают аналогичные кривые. При этом они все время остаются на прямой, проходящей через точки  $B$  и  $G$ . Масштабы кривых,

\* Для доказательства подобия следует исходить из подобия треугольников  $FaG$ ,  $GbH$  и  $BeF$  в любом случае движе-

которые вырисовываются точками  $F$  и  $H$ , по сравнению с кривой, вырисовываемой точкой  $B$ , определяются отношениями  $aG:(Be+aG)$  и  $bH:(Be+aG)$ . В данном случае (см. рис. 4) параллелограмм есть ромб, полюс  $G$  находится в вершине  $a$  и  $Be=bH$ . В этих условиях точки  $B$  и  $H$  вырисовывают кривые равного масштаба. В точке  $B$  укреплен зонд, в точке  $H$  — карандаш.

## 5. Ход работы

1. Размещение электродов в электролитической ванне производится по указанию преподавателя. Поскольку в работе используется переменный ток, то не имеет значения, к каким клеммам потенциометра подключать электроды.

При изучении экранирующего действия проводящей оболочки большой цилиндр вообще ни с чем не соединяется. Чтобы во время измерений электроды не сдвигались с места, на дне ванны имеются необходимые упоры.

2. Размещение зонда, карандаша и доски. В качестве электролита используется водопроводная вода, которая обладает нужной проводимостью. В ванну наливаем столько воды, чтобы края электродов выступали над уровнем воды примерно на 0,5 см. Зонд укрепляем так, чтобы он опускался в воду на глубину 0,5–1 см в любой точке ванны. Острие карандаша должно находиться на расстоянии 1–3 мм над плоскостью доски. Доску с бумагой следует установить так, чтобы карандаш оказался в центре бумаги, когда зонд находится в центральной точке ванны и чтобы при движении карандаша вдоль краев доски зонд двигался вдоль стенок ванны.

3. Нанесение положения электродов. До включения делителя напряжения в сеть нанесем на бумагу положение электродов (это лучше сделать до присоединения проводов к электродам). Для этого установим зонд так, чтобы он касался в некоторой точке электрода и нажимом на карандаш отметим точку на бу-

ния пантографа, а также из сохранения отношений  $Be:aG$  и  $Be:bG$ .



маге. Далее смещаем зонд вдоль поверхности электрода на 1,5–2 см и отмечаем новые точки до тех пор, пока не обойдем весь электрод и полностью не нанесем контур электрода на бумагу.

4. Составление цепи тока. Монтаж электрической цепи проведем согласно рис. 4. Провода, идущие от зонда и электродов, соединим с клеммами  $E_1$ ,  $E_2$  и  $S$  на панели. Контакты  $X$  и  $Y$ , расположенные на панели, соединим с соответствующими клеммами индикатора нуля.

Подготовим к работе индикатор нуля, ознакомившись предварительно с правилами его эксплуатации.

5. Определение эквипотенциальных поверхностей. Поставим переключатель потенциометра в нулевое положение и пододвинем зонд к электроду, который подключен к делителю напряжения со стороны нулевого контакта. Включим делитель напряжения в сеть. Касаясь зондом электрода, убедимся с помощью индикатора нуля, что любая точка поверхности электрода имеет потенциал, равный потенциалу нулевого контакта делителя напряжения.

Переключим делитель напряжения в положение I. Двигая зонд в направлении, перпендикулярном поверхности электрода, находим такое положение зонда, при котором на экране индикатора нуля появится прямая. Точку, которая находится на первой эквипотенциальной поверхности, наносим на бумагу. Другие точки этой поверхности легко найти, поскольку вблизи проводника эквипотенциальная поверхность почти параллельна поверхности проводника.

Передвигая зонд на расстояние 2–3 см (в случае электродов большой кривизны шаг смещения должен быть меньше) и получив на экране индикатора прямую, будем отмечать на бумаге точки эквипотенциальной поверхности до тех пор пока зонд не обоит электрод или не достигнет стенки ванны. Найденные таким образом точки соединим между собой непрерывной линией.

Переключая делитель во второе, третье и т.д. положения, найдем таким же методом все 9 эквипотенциальных поверхностей. Выключим делитель напряжения из сети. Установим электроды по какому-либо другому варианту, повторим измерения. В течение одного практикума следует определить картину поля

для 3-4 вариантов установки электродов.

При обработке полученных рисунков следует согласно указаниям руководителя нанести силовые линии поля и определить напряженность электрического поля в ряде областей межелектродного пространства или построить траекторию заряда, которая начинается в какой-либо точке одного из электродов.

#### Замечания

- Зонд следует осторожно передвигать из точки в точку, чтобы он не изогнулся при соприкосновении с электродами или стенкой ванны. Нужно следить еще за тем, чтобы соединительные провода не мешали передвижению зонда. Если необходимо определить точки внутри замкнутого электрода, нужно отпустить винт, поднять зонд, перенести его через край электрода и снова укрепить так, чтобы он был опущен в электролит.
- Если делитель напряжения включен в сеть, нельзя опускать руки в воду или притрагиваться одновременно к двум электродам, присоединенным к двум разным контактам делителя напряжения.
- Во время работы слишком интенсивный пучок электронов сокращает время жизни электронно-лучевой трубки индикатора за счет разрушения экрана. Поэтому во время измерений регуляторы "яркость" и "фокусировка" должны находиться в крайнем левом положении.

### 6. Дополнительные задания

1. Выведите закон Ома в векторной форме.
2. Объясните возникновение эллипса на экране индикатора нуля.
3. Выведите формулу для сопротивления межелектродного пространства цилиндрического конденсатора, наполненного электролитом. Сравните ее с формулой для емкости цилиндрического конденсатора.
4. Получите эмпирически (исходя из найденной картины поля) формулу для напряженности  $E$  поля в цилиндрическом конденсаторе - зависимость между величинами  $E$  и  $z$ , где  $z$  - расстояние от оси. Для этого вычислите по формуле (5) значе-

ния напряженности поля в нескольких точках на различных расстояниях от оси, постройте график  $E = E(r)$ . Согласно общей форме кривой найдите подходящую функцию и определите коэффициенты по методу средних значений. (См., напр. Бронштейн и Семендяев. Справочник по математике, 1956, с. 578).

## 7. Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § I-31.
2. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 62.

## 1.2. ГРАДУИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ВОЛЬТМЕТРА

### I. Задание

Градуирование электростатического вольтметра абсолютным методом.

### 2. Принадлежности

Абсолютный электрометр, выпрямитель высоковольтного напряжения с регулируемым выходом 0...2500 В, телефон, звуковой генератор, градуируемый электростатический вольтметр, провода.

### 3. Теоретическое введение

В случае определения разности потенциалов абсолютным методом необходимо знать формулу, которая позволяет вычислить разность потенциалов, если известна сила электростатического взаимодействия между проводниками и расстояние между ними. Найдя подходящий метод для измерения этой силы, можно вычислить разность потенциалов. Нужную формулу легко получить для плоского конденсатора. Пусть обе пластины расположены горизонтально, причем верхняя пластина  $P_1$  заключена в кольцо  $K$ . Кольцо и пластина отделены узким воздушным зазором (см.

рис. I). Если потенциал верхней пластины и кольца равен  $\varphi_1$ , потенциал нижней пластины —  $\varphi_2$ , то электрическое поле между пластинами  $P_1$  и  $P_2$  однородно, поскольку краевые эффекты обнаруживаются только на наружной поверхности кольца. Кольцо  $K$ , задачей которого является уменьшение краевых эффектов пластины  $P_1$ , обычно называют защитным кольцом. Легко показать, что

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{d}{D} \sqrt{\frac{8F}{\epsilon_0 \epsilon \pi}}, \quad (I)$$

где  $d$  — расстояние между пластинами,  $D$  — диаметр пластины  $P_1$ ,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная,  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость среды,  $F$  — сила, действующая на верхнюю пластину.

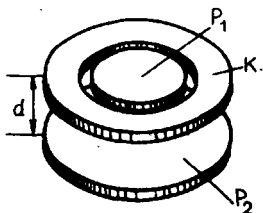


Рис. I.

Силу, действующую на пластину, можно измерить, например, с помощью чувствительных весов. Приборы, с помощью которых определяют разность потенциалов путем измерения электростатической силы притяжения пластин, называют абсолютными электрометрами. Абсолютными потому, что они позволяют измерить абсолютные значения разности потенциалов, т.е. без заранее проградуированного прибора. Первый абсолютный электрометр был сконструирован в 1867 г. В. Томсоном, поэтому его нередко называют электрометром Томсона.

С помощью электрометров другого типа (например, струнного или квадрантного) невозможно достаточно точно определить потенциал подвижной системы электрометра в зависимости от величины действующей на нее силы и положения. С целью ис-

пользования этих приборов для измерения разности потенциалов необходимо предварительно проградировать их с помощью абсолютного электрометра. В этом случае измерения являются относительными.

#### 4. Описание установки

Абсолютный электрометр сконструирован на базе аналитических весов (рис. 2). Главной частью прибора является конденсатор, который образуют пластины  $P_1$  и  $P_2$  и защитное кольцо  $K$ . Верхняя пластина прикреплена к коромыслу весов, нижняя расположена параллельно верхней и окружена металлической коробкой. Металлическая коробка, пластина  $P_1$  и один из полюсов источника заземлены, другой полюс соединен с пластиной  $P_2$ .

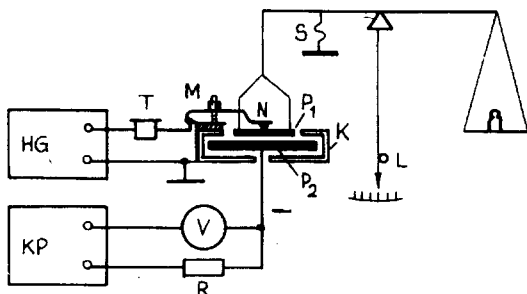


Рис. 2.

Незаряженную верхнюю пластину  $P_1$  уравнивают с помощью весов в плоскости защитного кольца на расстоянии  $d$  от нижней пластины. Преграда  $N$  удерживает пластину  $P_1$  в этом положении и в том случае, когда правая чашка весов нагружена разновесами. Преграда  $L$  предотвращает соприкосновение верхней пластинки с нижней под действием силы притяжения.

С помощью звукового генератора НГ и телефона Т удобно фиксировать момент установления равновесия между грузом на чашке весов и действующей на пластину  $P_1$  электростатической силой. Сопротивление  $R$  служит для ограничения тока во время возможного пробоя.

В качестве источника постоянного напряжения (КР) используют стабилизированный выпрямитель, выходное напряжение которого можно регулировать в пределах 0...2500 В. На панели выпрямителя (рис. 3) находятся два гнезда (+ и -) для соединения с внешней цепью, ручка 2 - для плавного изменения напряжения, вольтметр 3 - для грубой оценки выходного напряжения, ключ 4 - для включения выпрямителя, сигнальная лампа 5, ручка 6, позволяющая закорачивать выходные клеммы I.

Напряжение с клемм выпрямителя подается на пластины конденсатора и вольтметр с помощью высоковольтного кабеля.

## 5. Ход работы

I. Перед началом измерений убедимся в исправности электрометра. Верхняя пластина  $P_1$  должна располагаться симметрично относительно защитного кольца, параллельно нижней пластине и на одном уровне с защитным кольцом. Предварительная регулировка прибора производится при горизонтальном положении платформы весов (отвес!). В вертикальном направлении положение пластины  $P_1$  можно изменять за счет перемещения преграды  $N$  винтом  $M$ . Регулировка положения платформы осуществляется опорными винтами. Если не удастся получить одновременно симметричного положения пластины  $P_1$  и горизонтального положения платформы, следует обратиться к преподавателю.

Описанное положение пластины должно соответствовать равновесию весов с незаряженным конденсатором. Установить равновесие весов можно двумя способами. Во-первых, будем перемещать преграду  $N$  вверх, отметив предварительно ее начальное положение (цепь звукового генератора при этом замкнута). На правую чашку весов добавляем несколько разновесов, изменяем положение рейтера или регулирующего винта на плече весов до тех пор, пока стрелка не установится на нуле. Теперь

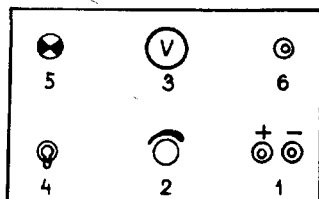


Рис. 3.

повернем винт в первоначальное положение.

Вторым способом можно установить равновесие, не смещая преграды  $N$ . Для этого на правую чашку весов помещаем также разновесы, изменяем положение рейтера или регулирующего винта таким образом, чтобы даже малейшее изменение нагрузки вызовало разрыв контакта между преградой  $N$  и пластиной  $P_1$ , о котором свидетельствует прекращение телефонного звонка. При регулировке электрометра надо следить за тем, чтобы движение чашки весов, рычага и пластины  $P_1$  происходило свободно в пространство между пластинами оставалось чистым (не было пылинок, ворсинок и т.д.). Прибор следует регулировать в соответствии с правилами пользования аналитическими весами. Особенно необходимо избегать резких толчков, в результате чего чашки весов могут соскользнуть и может порваться тонкая контактная проволока  $S$ .

2. Измерения проводятся следующим образом. Соберем схему согласно рис. 2. Арретируем отрегулированные весы и поместим на правую чашку весов разновес 50 мг. Закроем дверки весов и освободим чашки с помощью арретира. Пластина  $P_1$  прижмется к преграде  $N$  и телефон зазвенит. Включим в сеть выпрямитель напряжения и дадим ему прогреться в течение 2–3 мин. Ручка 2 должна быть предварительно повернута в крайнее левое положение. С помощью этой ручки будем плавно увеличивать напряжение на пластинах конденсатора, следя при этом за показаниями градуируемого вольтметра. Напряжение увеличиваем до тех пор, пока телефон не перестанет звенеть. Фиксируем показание градуируемого прибора и с помощью ручки 2 снимаем напряжение с конденсатора. Для ликвидации остаточного заряда закорачиваем

пластины конденсатора нажатием кнопки 6 на панели выпрямителя.

Отрыв пластины  $P_1$  соответствует квазистационарному равновесию между электрическими силами притяжения и нагрузкой.

Увеличим нагрузку весов на 50 мг и проведем операцию, аналогичную предыдущей. Измерения проводим до тех пор, пока не будет пройдена вся шкала вольтметра в прямом и обратном направлениях.

При проведении измерений следует помнить, что работа ведется с источником высокого напряжения, в силу чего категорически запрещается включать схему без разрешения преподавателя и производить переключения в замкнутой схеме, а также работать при открытых дверцах весов.

Результаты измерений записываем в таблицу, куда заносим также на основании формулы (I) рассчитанные разности потенциалов и погрешности измерений.

Строим градуировочный график, откладывая по оси абсцисс показание градуируемого вольтметра, по оси ординат – значение разности потенциалов.

## 6. Дополнительные вопросы

1. Выведите формулу (I) как в СИ, так и в системе СГСЭ.
2. Опишите устройство электростатического вольтметра.
3. Почему в данной работе можно получить только квазистационарное равновесие?
4. Расскажите о назначении металлической коробки, изображенной на рис. 2.

## 7. Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2. §I-8, 29.
2. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § I6-30.



## 2. ДИСКРЕТНОСТЬ ЗАРЯДА И ДИСКРЕТНОСТЬ ЭНЕРГИИ В АТОМЕ

### 2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ЗАРЯДА МЕТОДОМ МИЛЛИКЕНА

#### 1. Задание

Убедиться в дискретности электрических зарядов. Определить величину элементарного заряда.

#### 2. Принадлежности

Камера Милликена с источником света и микроскопом, источник стабилизированного напряжения, регулировочный блок, электростатический вольтметр, электрический секундомер, пульверизатор с силиконовым маслом, термометр, спиртовый уровень, провода.

#### 3. Теоретическое введение

Метод Милликена заключается в определении элементарного заряда путем изучения движения заряженных капель масла в электрическом поле плоского конденсатора. Измеряя скорость движения капли под действием гравитационного поля Земли в отсутствии электрического поля и зная напряженность электрического поля между пластинами, когда заряженная капля неподвижна (т.е. находится в состоянии равновесия), можно вычислить заряд капли. Если заряд имеет дискретную структуру и элементарный заряд действительно существует, то заряд любого тела может иметь только кратную ему величину, т.е.

$$q = \pm n e$$

где  $n$  — положительное целое число,  $e$  — элементарный заряд.

Выведем необходимые для расчетов формулы. Уравнение дви-

жения капли внутри незаряженного плоского конденсатора, обкладки которого расположены горизонтально, имеет вид:

$$m \frac{dv}{dt} = P - F_c \quad (I)$$

где  $P$  — разность между силой тяжести и выталкивающей силой воздуха,  $v$  — скорость капли,  $F_c$  — сопротивление воздуха.

На основании закона Стокса:

$$F_c = 6\pi\eta rzv = \kappa v \quad (2)$$

где  $r$  — радиус капли,  $\eta$  — коэффициент вязкости воздуха и  $\kappa = 6\pi\eta rz$ .

Отсюда

$$m \frac{dv}{dt} = P - \kappa v. \quad (3)$$

Легко убедиться, что решением этого дифференциального уравнения будет выражение:

$$v = \frac{P}{\kappa} \left( 1 - e^{-\frac{\kappa}{m} t} \right). \quad (4)$$

По истечении определенного времени можно сказать, что движение стало равномерным. Скорость равномерного движения

$$v_t = \frac{P}{\kappa} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho - \rho_0)}{6\pi\eta rz} = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho_0}{\eta} g r^2, \quad (5)$$

где  $\rho$  — плотность масла,  $\rho_0$  — плотность воздуха.

Отметим, что формула (5) вытекает непосредственно из уравнения (3), если положить  $\frac{dv}{dt} = 0$ . Из формулы (4) видно, что начало равномерного движения определяется постоянной времени

$$\tau = \frac{m}{\kappa} = \frac{2}{9} \frac{\rho}{\eta} r^2. \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что равномерное движение наступает тем быстрее, чем меньше радиус капли. При достаточно малых размерах капли это время настолько мало, что движение практически всегда можно считать равномерным. Определив скорость равномерного падения через пройденный путь  $h$  и время  $t$ , затраченное на его прохождение, можно на основании формулы (5) определить радиус капли:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta h}{2(\rho - \rho_0)gt}}. \quad (7)$$

Уравнение движения заряженной капли при наличии электрического поля между пластинами конденсатора, заставляющего каплю двигаться вертикально вверх, имеет следующий вид:

$$m \frac{dv}{dt} = q \frac{u}{d} - P - kv, \quad (8)$$

где  $q$  — заряд капли,  $u$  — разность потенциалов между пластинами,  $d$  — расстояние между пластинами.

Если заряженная капля находится в состоянии равновесия, то в уравнении (8)  $\frac{dv}{dt} = 0$  и  $v = 0$ . Используя формулы (3), (7) и (8), находим следующее выражение для расчета заряда капли:

$$q = \frac{9\pi d}{u} \sqrt{\frac{2\eta^3 h^3}{(\rho - \rho_0)gt^3}}. \quad (9)$$

Формула (9) получена, исходя из формулы Стокса (2). Закон Стокса строго выполняется только в случае, если размеры движущейся в среде частицы намного превосходят среднее расстояние между молекулами среды. В случае данного опыта закон Стокса строго не соблюдается потому, что размеры капель и среднее расстояние между молекулами среды — величины одного порядка. В силу этого возникает систематическая погрешность: все значения  $q$ , вычисленные по формуле (9), несколько больше их истинных значений. Для устранения этой погрешности Милликен ввел эффективный коэффициент вязкости

$$\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{\rho \eta}}, \quad (10)$$

где  $b = 6,17 \cdot 10^{-5}$ , если давление  $\rho$  воздуха выражено в мм рт.ст. и радиус  $\eta$  капли - в метрах. На основании формул (9) и (10) уточненное значение заряда будет

$$q' = q \left[ \frac{\eta'}{\eta} \right]^{3/n} = \frac{q}{\left[ 1 + \frac{b}{\rho \eta} \right]^{3/2}}. \quad (11)$$

В дискретности заряда можно убедиться лишь в том случае, если ошибка  $\Delta q$ , допущенная при определении заряда, значительно меньше абсолютной величины элементарного заряда  $e$ . Следовательно, относительная ошибка  $\Delta q/q$  измерения должна быть значительно меньше, чем  $e/q = 1/n$ , где  $n$  - заряд капли, выраженный через количество элементарных зарядов. Это условие выполнить тем легче, чем меньше  $n$ . В условиях учебной лаборатории точность определения заряда капли не превышает 5%, в результате чего заряд капли должен быть значительно меньше 20-кратного элементарного заряда. Желательно, чтобы заряд капли не превышал 7-8 элементарных зарядов.

Для проведения измерений не следует выбирать слишком маленьких капель. На движение таких капель заметное действие оказывают броуновское движение и конвекционные потоки; такие капли быстро испаряются (в течение опыта изменяются размеры капель) и за ними трудно следить.

#### 4. Описание прибора

Установка опыта изображена на рис. 1. Главной частью прибора служит камера Миллехена 6, помещенная в корпус 3. От источника I через трубку 4 в конденсатор направляется пучок света. Наблюдение за движением капель масла осуществляется с помощью микроскопа 8. Свет, направляемый в конденсатор, не попадает прямо в объектив микроскопа, в результате чего поле зрения микроскопа затемнено. Для уменьшения интенсивности света, отраженного от внутренних поверхностей конденсатора,

они окрашены в матовый черный цвет. Верхняя пластина конденсатора соединена при помощи пружинного контакта 5 с красной розеткой, расположенной на боку корпуса, а нижняя пластина — с розеткой, расположенной под дном корпуса.

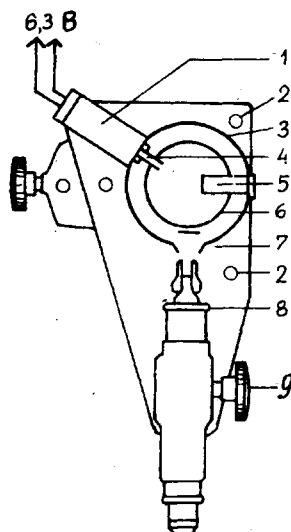


Рис. I.

На рис. 2 изображен поперечный разрез камеры Милликена, находящейся в корпусе 3, закрытой крышкой А. Внутреннее пространство конденсатора ограничено кольцом  $S'$ , изготовленным из изолирующего вещества. В верхней пластине конденсатора имеется отверстие С для ввода капель с помощью распылителя. Капли, попадая в пучок света, рассеивают его и видны на

темном поле зрения микроскопа как светящиеся точки. С помощью сетки окуляра можно определить расстояние, пройденное каплей.

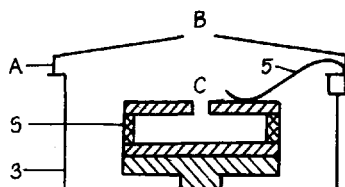


Рис. 2.

Для регулирования и изменения полярности напряжения на пластинах конденсатора, а также для замыкания пластин используется регулировочный блок.

## 5. Ход работы

1. Удалим с корпуса крышку А и, положив спиртовый уровень на верхнюю пластину конденсатора, установим с помощью винтов 2 (рис. 1) конденсатор горизонтально. Снимем с конденсатора уровень и вынем тонкий стержень, закрепленный на внутренней поверхности крышки А. Удалим пробку из отверстия В (рис. 2), находящегося в центре крышки А, затем закроем корпус крышкой А.

2. Перемещением окуляра микроскопа получаем резкое изображение сетки окуляра. Проденем названный выше тонкий стержень сквозь отверстия В и С. Наведем микроскоп на резкость относительно стержня, перемещая его в горизонтальном направлении с помощью бокового винта 9. Удалим стержень.

3. Соберем электрическую цепь тока. Соединим клеммы "ВОЛТМЕТЕР" регулировочного блока с электростатическим вольтметром (черную клемму регулировочного блока следует соединить с клеммой, "ЭКРАН" вольтметра). Воткнем красную вилку провода "CELL PLATES" выходящего из регулировочного

блока, в красную розетку на боку корпуса и черную вилку — в розетку под дном камеры. Соединим провод "INPUT 300 d.c." входящий в регулировочный блок, с клеммами "300 V" источника стабилизированного напряжения (черную вилку следует соединить с клеммой "-") и источник света с клеммами "6,3 V".

После проверки схемы преподавателем включим источник напряжения в сеть. Установим потенциометром "INCREASE" максимальное напряжение. Поворачивая переключатель "REVERSE" в центральное положение *N*, замкнем пластины конденсатора накоротко.

4. Держа пульверизатор так, чтобы его выпускное отверстие немного просовывалось через отверстие В, быстрым и легким нажимом на резиновый баллон пульверизатора введем капли масла в пространство между пластинами. Будьте осторожны! Не выливайте масла из пульверизатора! Под влиянием трения уже во время образования или позже путем захвата ионов воздуха капли заряжаются. С помощью микроскопа убедимся в наличии и в движении капель. Так как в данном случае электрическое поле между пластинами конденсатора отсутствует, то соответственно высказанному капли падают равномерно. Поскольку микроскоп дает перевернутое изображение, то при падении капель их изображения в микроскопе движутся вверх. Поворачивая переключатель "REVERSE" из центрального положения вправо и влево, изменяем полярность напряжения на пластинах конденсатора и ищем достаточно заряженные капли, т.е. такие капли, которые после приложения напряжения с подходящей полярностью будут двигаться вверх (в поле зрения микроскопа — падать). Если ни одна капля не заряжена достаточно, поворачиваем переключатель в центральное положение *N* и повторяем впрыскивание масла.

5. Выберем одну достаточно заряженную каплю. Оставив переключатель в прежнем положении, быстро регулируем потенциометром напряжение на пластинах конденсатора до тех пор, пока эта капля не остановится в нижней части поля зрения на каком-нибудь штрихе сетки, выше которого еще осталось бы по крайней мере 4 деления. Наведем микроскоп на выбранную каплю, несколько изменяя его положение в горизонтальном направлении. В течение минут внимательно следим за каплей. Если капля

ля сместится вниз или вверх, то приведем ее в прежнее положение, соответственно регулируя потенциометром напряжение на пластинах конденсатора. Регистрируем напряжение  $U$ , при котором капля остается в состоянии покоя.

6. Дадим капле возможность равномерно падать (в поле зрения движется вверх) и измерим время, в течение которого капля проходит 4 деления шкалы. Для этого одной рукой повернем переключатель в положение  $N$  и в то же время другой рукой включим секундомер. Как только измерение закончится, восстановим на пластинах конденсатора прежнее напряжение (переключатель установим в прежнее положение), чтобы капля не ушла из поля зрения микроскопа. Запишем время падения капли  $t$ .

7. Для данной капли измерим напряжение  $U$  и время  $t$  три раза, повторяя операции пунктов 5 и 6.

8. Проведем измерения для 5 различных капель, повторяя операции пунктов 5, 6 и 7.

9. Поставим переключатель в положение  $N$ . Опустим термометр в отверстие В так, чтобы ртутный резервуар опирался на отверстие С. Держа термометр в таком положении в течение времени, необходимого для измерения температуры прибора, регистрируем температуру прибора и найдем из таблицы I соответствующий этой температуре коэффициент вязкости воздуха  $\eta$ . Регистрируем давление воздуха  $p$ .

10. Для градуирования сетки окуляра отодвинем микроскоп от корпуса, снимем с корпуса крышку А и положим калибровочную шкалу 7 (рис. I) между корпусом и камерой Милликена так, чтобы она совпадала с такой частью сетки окуляра, где имеются короткие штрихи. Это позволит точнее определить дробные части делений сетки окуляра. Если сетка окуляра и калибровочная шкала плохо видны, проденем сквозь отверстия В и С упомянутый тонкий стержень. Наведем микроскоп на резкость относительно калибровочной шкалы. Определим число делений сетки окуляра, соответствующее числу делений калибровочной шкалы. Возьмем отсчет 3 раза, найдем среднее значение. Вычислим цену деления сетки окуляра.

Примечание. Если не требуются результаты особенно большой точности, то можно пользоваться результатом, полученным



при калибровке для нормального глаза: I деление сетки окуляра =  $0,416 \pm 0,004$  мм.

II. Вычислим радиусы капель  $r$  и заряды  $q$  и  $q'$ . Нужно иметь в виду, что во время измерений заряд капли может измениться, в результате чего для одной и той же капли можно получить различные значения заряда. Для всех вычисленных значений  $q'$  найдем число элементарных зарядов  $n$ , деля значения  $q'$  на их наибольший общий делитель (в пределах ошибок опыта), которым, вероятно, окажется число, близкое к значению элементарного заряда  $e$  (не делить на известное точное значение  $e$ ).

Таблица I

Температура °C	$\eta \cdot 10^5$ (Н.с.м <sup>-2</sup> )	Температура °C	$\eta \cdot 10^5$ (Н.с.м <sup>-2</sup> )	Температура °C	$\eta \cdot 10^5$ (Н.с.м <sup>-2</sup> )
13	1,774	19	1,803	25	1,832
14	1,779	20	1,808	26	1,837
15	1,784	21	1,813	27	1,842
16	1,789	22	1,818	28	1,846
17	1,794	23	1,822	29	1,851
18	1,798	24	1,827	30	1,856

12. На основании значений  $q'$  и  $n$  найдем величину  $e$ . Результаты опыта представим в виде таблицы 2.

Таблица 2

№ кап-ли	$u$ (В) 3 изме-рения	$t$ (°C) 3 изме-рения	$\bar{u}$ (В)	$\bar{t}$ (°C)	$z$ (м)	$q$ (Кл)	$[1 + \frac{v}{p_2}]^{\frac{1}{2}}$	$q'$ (Кл)	$n$	$e$ (Кл)

Найдем среднее значение элементарного заряда  $e$  вместе с ошибкой измерений.

## 6. Дополнительные задания и вопросы

1. Какие силы действуют на заряженную каплю масла, находящуюся между пластинами конденсатора?
2. Выведите формулу (9).
3. Как определить наличие незаряженных капель?
4. Опишите другие методы определения величины элементарного заряда.
5. Что называют удельным зарядом заряженной частицы?
6. Приведите примеры других методов измерения удельного заряда.

## 7. Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 72-75.
2. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, §144-145, §181-184.

### 2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ВОЗБУЖДЕНИЯ АТОМА

Согласно современной атомной теории атом поглощает и излучает энергию только определенными порциями. Получив энергию, атом возбуждается, чему соответствует переход электрона на более высокий энергетический уровень. При обратном переходе атома в нормальное состояние происходит отдача энергии через излучение. Сообщить энергию атому можно путем бомбардировки его электронами. При этом следует выделить два вида соударений: упругие и неупругие. В случае упругих соударений суммарная внутренняя и кинетическая энергия соударящихся частиц сохраняется. Изменение кинетической энергии обеих соударящихся частиц зависит от отношения их масс. Например, при столкновении электрона с покоящимся атомом кинетическая энергия  $W_e$  электрона может изменяться только на величину

$$\Delta W_e \approx 4 \frac{m}{M} W_e, \quad (I)$$

где  $m$  и  $M$  — массы электрона и атома соответственно. Это изменение мало, поскольку  $m \ll M$ .

В случае неупругих столкновений внутренняя энергия соударяющихся частиц изменяется на величину, равную суммарному изменению их кинетической энергии. Так, при неупругом соударении электрона с атомом атом может перейти из одного энергетического состояния в другое, изменив таким образом свою внутреннюю энергию. Изменение кинетической энергии атома и электрона будет равно энергии перехода:

$$W_e + W_a = W_e' + W_a' + W_{пер}, \quad (2)$$

где  $W_e$  и  $W_e'$  — кинетические энергии электрона до и после соударения,  $W_a$  и  $W_a'$  — кинетические энергии атома до и после соударения,  $W_{пер}$  — энергия перехода атома.

Итак, возбуждение атома (увеличение его внутренней энергии) возможно лишь в том случае, если энергия относительного движения атома и электрона больше энергии перехода. В противоположном случае соударение будет упругим и изменение кинетической энергии электрона пренебрежимо мало. При столкновении электрона с возбужденным атомом может произойти обратный процесс: атом перейдет на более низкий энергетический уровень, а кинетическая энергия электрона увеличится на величину энергии перехода. Такое соударение называется ударом второго рода. Вероятность происхождения ударов первого или второго рода характеризуется сечением соударений. Например, если для совершения некоторого процесса (возбуждения, ионизации) необходимо, чтобы электрон с энергией  $W_e$  пролетел мимо атома на расстоянии не больше, чем  $\frac{1}{2}r_0$ , то площадь, равную  $\pi \frac{1}{4} r_0^2$  называют сечением данного процесса при данной энергии  $W_e$ .

Таким образом, если в пространство, заполненное газом, влетают электроны с энергией  $W_e$ , то после соударений электроны разделяются по энергии на две группы:

а) электроны, испытавшие упругие соударения с атомами и почти не потерявшие своей энергии;

б) электроны, испытавшие неупругий удар с атомами и воз-

будившие их в различные энергетические состояния. Энергия таких электронов

$$W = W_e - W_n, \quad (3)$$

где  $W_n$  — энергия перехода из основного состояния в возбужденное состояние с номером  $n$  (при не очень высоких температурах атомы согласно распределению Больцмана находятся в основном в нормальном состоянии).

В 1914 г. дискретная энергетическая структура атома была подтверждена экспериментально опытами немецких физиков Джеймса Франка и Густава Герца на атомах ртути. В их эксперименте возбуждение атомов происходило на самый нижний возбужденный, т.е. резонансный уровень. Установка для наблюдения этого явления включает в себя трехэлектродную лампу, наполненную парами исследуемого элемента. Электрическая схема установки приведена на рис. I.

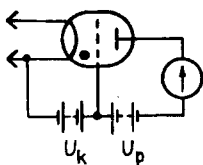


Рис. I.

Электроны, вылетающие из катода при его нагревании, ускоряются электрическим полем в пространстве между катодом и сеткой и испытывают соударения с атомами пара. Энергия электронов, перемещающихся от катода к сетке, равна разности между энергией, приобретенной в электрическом поле, и энергией, потерянной в результате соударений. Если разность потенциалов между сеткой и катодом меньше потенциала возбуждения резонансного уровня атомов (резонансным потенциалом возбуждения атома называется потенциал в вольтах, численно равный энергии резонансного перехода атома в электронвольтах), то нигде в лампе не могут происходить неупругие удары. Если

между сеткой и анодом создать электрическое поле, задерживающее электроны, то измерение анодного тока  $I_a$  в зависимости от задерживающего напряжения  $U_z$  (график задержки) при постоянном значении ускоряющего потенциала  $U_x$ , должно дать кривую  $a$ , изображенную на рис. 2. Она соответствует группе

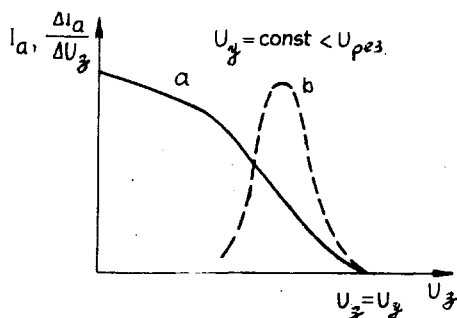


Рис. 2.

электронов, испытавших только упругие удары.

Дифференцируя<sup>\*</sup> графически кривую  $a$ , получим распределение электронов по энергиям (кривая  $b$ ). В том случае, если потенциал сетки превышает резонансный потенциал атома, возможны неупругие удары. В результате появляется группа медленных электронов, которые отдали атомам энергию, равную энергии резонансного перехода атома. Вид кривых задержки и распределения электронов по энергиям показан на рис. 3.

Ширина кривых распределения электронов по энергиям на рис. 2 и 3 зависит от давления пара и температуры, распределения потенциала вдоль катода, геометрии лампы и других параметров. Поэтому довольно трудно создать условия для определения резонансного потенциала возбуждения по кривым задержки. Более удовлетворительный результат при использовании таких ламп дает снятие анодно-сеточных характеристик. В этом

\* Для графического дифференцирования следует разделить исследуемую кривую на малые элементы и найти тангенс угла наклона каждого элемента.

случае измеряется зависимость анодного тока от ускоряющего потенциала на сетке при постоянном задерживающем потенциале анода.

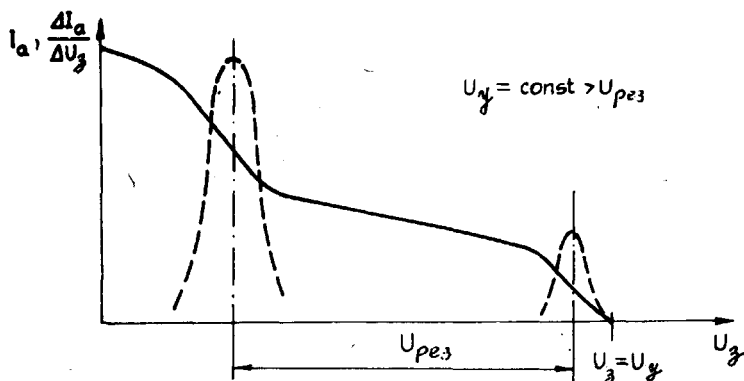


Рис. 3.

Чтобы картина не усложнялась за счет возможного возбуждения более высоких энергетических уровней, необходимо выполнить условие:

$$e\lambda E \ll (W_2 - W_1) < W_1. \quad (4)$$

Здесь  $\lambda$  — длина свободного пробега электрона,  $E$  — напряженность ускоряющего электрического поля,  $e$  — заряд электрона,  $W_1$ ,  $W_2$  — энергии резонансного и следующего за ним энергетического уровней.

В таком случае велика вероятность неупругого соударения сразу по достижении электроном энергии, равной энергии резонансного перехода.

Как только потенциал сетки лампы превысит резонансный потенциал возбуждения (здесь не учитывают ни контактной разности потенциалов электродов лампы, которая смещает начало шкалы потенциалов, ни распределения потенциала вдоль като-

да), около сетки возникает область неупругих ударов. Электроны, испытавшие неупругий удар, не могут преодолеть задерживающее электрическое поле. Они возвращаются к сетке, не участвуя в создании анодного тока. Возникает спад анодного тока. В действительности упругие удары значительно уширяют распределение электронов по энергиям, в результате чего анодный ток не исчезает полностью, поскольку всегда остается часть электронов, не получивших достаточной для возбуждения атома энергии. К такому же результату приводит и наличие электронов с энергией, большей энергии резонансного перехода, поскольку нарушается условие (4). Уширение кривых распределения можно установить по кривым задержки.

При дальнейшем увеличении ускоряющего потенциала область неупругих ударов смещается в сторону катода, и, если теперь электроны на своем пути к сетке успеют вновь набрать энергию, необходимую для преодоления задерживающего потенциала, то анодный ток начнет снова возрастать. Как только потенциал сетки будет равен удвоенному потенциалу возбуждения атома, картина повторится: появляется вторая область неупругих соударений, спад анодного тока и т.д.

Если выполнено условие (4), то неупругие удары происходят не в полном объеме лампы, а только в областях, где потенциал равен целому числу резонансных потенциалов возбуждения; протяженность этих областей составляет несколько значений длины свободного пробега электронов. Каждому появлению новой зоны неупругих ударов при увеличении ускоряющего потенциала сопутствует спад анодного тока, глубина которого зависит от силы анодного тока, давления, задерживающего потенциала, сечения возбуждения и т.д. Разность потенциалов между максимумами анодного тока соответствует разности потенциалов между зонами неупругих ударов, т.е. равна резонансному потенциалу возбуждения атомов.

## 2.2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ВОЗБУЖДЕНИЯ АТОМОВ РТУТИ

### 1. Задание

Определить потенциал возбуждения атомов ртути методом Франка-Герца.

### 2. Принадлежности

Трубка Франка-Герца с парами ртути, укрепленная на стенде, универсальный источник питания, сухой элемент с э.д.с. в 1,5 В, вольтметр с размахом шкалы 0...30 В, вольтметр на 5 В, электрометр с чувствительностью до  $10^{-9}$  А, двухкоординатный самописец, электрическая печь.

### 3. Описание установки и ход работы

Используемая в этой работе трубка Франка-Герца (производства фирмы Лейбольда) представляет собой четырехэлектродную лампу с косвенным накалом. В лампе содержится капля ртути. Схема размещения цилиндрических коаксиальных электродов приведена на рис. 4.

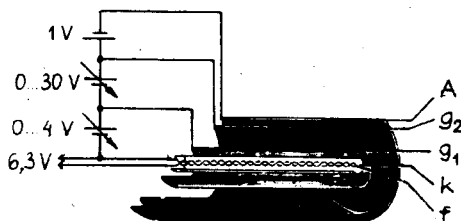


Рис. 4. Размещение электродов в лампе.  
A — анод (коллектор), K — катод,  $g_1$  — первая сетка,  $g_2$  — вторая сетка, f — нить накала.



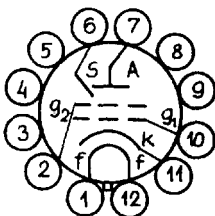


Рис. 5.

На рис. 5 приведена электрическая схема. Помимо четырех электродов, показанных на рис. 4, лампа имеет еще экранирующий электрод ( $S$  - на рис. 5) между анодом и вводами второй сетки, задача которого - устранять токи утечки между анодом и второй сеткой. Во время работы этот электрод заземляется. Лампа I смонтирована на стенде (рис. 6). Электроды соединены с помощью экранированных проводов с клеммами 2, обозначения которых совпадают с приведенными на рис. 5. Экранировка подключена к клемме  $S$ , один конец нити накала соединен с катодом.

Для выполнения условия (4) давление паров ртути в трубке должно составлять 0,6...2,6 кПа, для чего трубку следует нагревать до 150...240°C. Для этой цели на стенде смонтированы электропечь 3, контактный термометр 4 и автоматический регулятор температуры 5.

В данной работе регистрируется анодно-сеточная характеристика, т.е. измеряется зависимость анодного тока от ускоряющего потенциала на сетке при постоянном значении задерживающего потенциала. Электрическая схема регистрирующей части приведена на рис. 7. Накал катода осуществляется переменным напряжением в 6,3 В. На первую сетку подается небольшое относительно катода напряжение (0...4 В), которое не вызывает неупругих соударений электронов с атомами ртути. Первая сетка служит для удаления объемного заряда электронов от катода. Напряжение, ускоряющее электроны, прикладывается ко второй сетке  $g_2$ , причем оно должно быть регулируемо в пределах от 0 до 30 В.

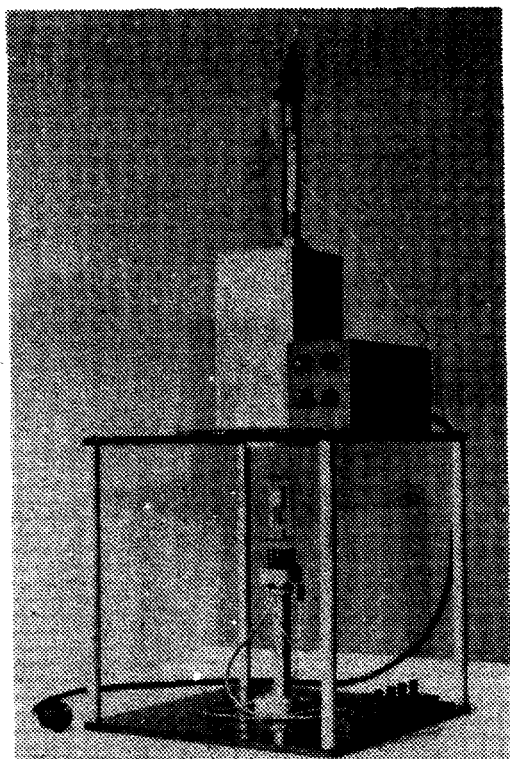


Рис. 6.

Напряжения сеток измеряются с помощью вольтметров  $V_1$  и  $V_2$  (пределы измерений 5 В и 30 В соответственно). В случае неподходящей рабочей температуры, а также слишком большого ускоряющего напряжения электроны могут получить энергию, достаточную для ионизации. Возникает лавинообразный процесс увеличения числа электронов (газовый разряд), который сопровождается резким возрастанием тока и пробоем, в результате чего лампа может выйти из строя. Для ограничения силы тока в трубке в случае разряда служит сопротивление  $R$  (100 кОм), включенное последовательно со второй сеткой. Это сопротивле-

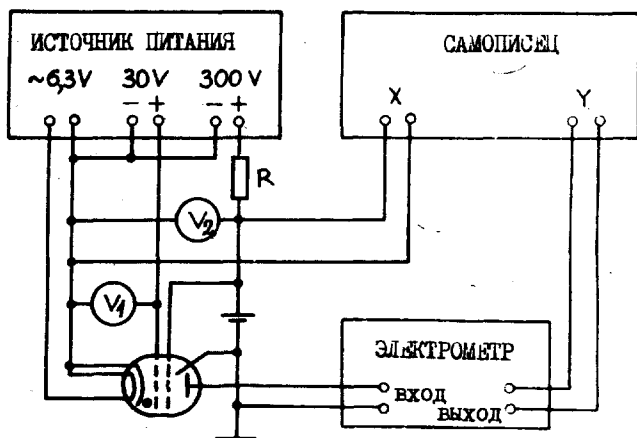


Рис. 7. Схема включения трубки Франка-Герца для измерения анодно-сеточных характеристик.

ние установлено под положительной клеммой источника питания, хотя на рис. 7 оно показано вне источника питания. В силу наличия сопротивления  $R$  вольтметр должен иметь довольно высокое внутреннее сопротивление, чтобы на сетке  $g_2$  достигалось необходимое напряжение.

Анодный ток, порядка  $10^{-9}$  А, измеряется электрометром. Задерживающее напряжение 1,5 В (сухой элемент) прикладывается между сеткой и заземленным электродом  $S$ .

Приступая к работе, следует прежде всего поместить лампу в печь. Для этого нужно, держа лампу за основание 9, осторожно приподнять ее до соприкосновения более широкой части с отверстием печи и затем зафиксировать винтом 10 (рис. 6). Печь включается тумблером 6. При включении холодной печи должны зажегаться как белая, так и красная сигнальные лампы 7 и 8. Когда температура в печи достигнет значения, при котором столбик ртути в контактном термометре коснется электрода, питание печи автоматически отключается, красная сигнальная лампа перестает светиться. Когда температура в печи упадет настолько, что контакт столбиком и электродом

разрывается, питание вновь автоматически включается.

Рабочая температура лампы, установленной на стенде,  $\sim 240^{\circ}\text{C}$ . Для нагревания печи до такой температуры и стабилизации режима требуется примерно 35 мин.

Подавать напряжение на трубку Франка-Герца можно только в том случае, если она нагреется до рабочей температуры, т.е. когда вся ртуть в баллоне превратится в пар. В жидком состоянии ртуть может закоротить электроды и вывести лампу из строя. После достижения рабочей температуры следует вначале включить накал лампы и в течение 5 мин прогреть катод. Затем подать на первую сетку напряжение 1 В и постепенно увеличивая напряжение на второй сетке, следить за показанием электрометра. Чувствительность электрометра должна быть такой, чтобы изменение тока на  $1 \cdot 10^{-9}$  А было регистрируемо. Ускоряющее напряжение увеличивают до 30 В. При этом рост анодного тока должен сменяться спадом тока через каждые  $\sim 5$  В ускоряющего напряжения. Если рост анодного тока при медленном увеличении ускоряющего потенциала слишком резок и скачкообразен (стрелка электрометра уходит за пределы шкалы, показание вольтметра  $V_2$  падает), то это означает, что в трубке возник газовый разряд. Значит, трубка слишком холодная. Ускоряющее напряжение нужно сразу же снять. Далее следует отрегулировать контактный термометр на более высокую температуру (повысить на  $\sim 10$  К) и повторить опыт. Если при изменении ускоряющего напряжения от 0 до 30 В в анодном токе не обнаруживаются хорошо различимые минимумы и максимумы ни при одном из напряжений первой сетки в пределах от 0 до 4 В, то печь нагрета до слишком высокой температуры. Температуру следует понизить с помощью контактного термометра примерно на 10 К и повторить опыт.

Если найдены подходящие рабочая температура и значения напряжения на первой сетке  $g_1$ , приступить к регистрации кри-вых. Для этого значения анодного тока регистрируют при изменении ускоряющего потенциала через 0,5 В в пределах от 0 до 30 В; напряжение на первой сетке поддерживается постоянным. Опыт повторить при трех различных напряжениях на первой сетке.

В течение всего опыта следует наблюдать за работой тер-

морегулятора. Красная лампочка не будет гореть, если столбик ртути термометра находится в контакте с электродом; при отсутствии контакта лампа должна гореть. Если автоматический регулятор по какой-либо причине откажется работать, температура в печи недопустимо повысится, в результате чего выйдут из строя контактный термометр и трубка Франка-Герца. Нестабильная температура приведет к неверным данным измерений.

По окончании работы лампу следует сразу вынуть из печи, поскольку длительное нагревание сокращает время жизни лампы.

Для определения потенциала возбуждения ртути по графикам измерим расстояния между максимумами или минимумами в вольтах. Первое расстояние от начала графика до первого максимума тока не соответствует потенциалу возбуждения, поскольку наряду с ускоряющим напряжением действует контактная разность потенциала между электродами; а иногда влияет и начальная термическая скорость электронов. Поскольку эти величины остаются постоянными в течение опыта, то при измерении взаимного расстояния между экстремумами графика они не учитываются.

Для автоматической регистрации данных можно использовать двухкоординатный самописец ПДС-021 М. На X-вход самописца подается ускоряющее напряжение со второй сетки  $g_2$ , на Y-вход — напряжение со специального выхода электрометра. Электрометр служит здесь одновременно и усилителем напряжения.

Чувствительность каналов самописца можно регулировать. Выбрать чувствительность надо так, чтобы график располагался по всему листу диаграммы. Чувствительность X-канала желательно установить на 35 В (ускоряющее напряжение изменяют от 0 до 30 В), чувствительность Y-канала нужно выбрать соответственно величине анодного тока и пределу измерений электрометра.

Предел измерений Y-канала выбирается таким, чтобы при максимальной силе анодного тока отклонение пера самописца доходило по крайней мере до половины листа. Затем включают мотор самописца и устанавливают "0" обоих каналов (напряжение каналов в этот момент должны быть также нулевые, в чем можно убедиться по показаниям вольтметра  $V_2$  и электрометра, или же отключить подводящие напряжение провода от самописца).

Затем увеличивают плавно ускоряющий потенциал  $U_y$  до 30 В. Каретка самописца должна двигаться направо и вверх соответственно изменению напряжения и тока. Если масштаб диаграммы подходит, в каретку помещают заполненное чернилами перо самописца и процедуру повторяют. По окончании регистрации данных перо самописца приподнимают с помощью специального тумблера, чтобы при возвращении каретки не испортить график. На одном листе можно зафиксировать несколько графиков для различных напряжений на сетке  $g_1$ . Для получения масштаба следует для какой-либо точки графика зафиксировать показания вольтметра  $V_A$  и электрометра. Максимальная скорость перемещения каретки данного самописца составляет 30 см/с, поэтому напряжение  $U_y$  следует изменять медленно и плавно, чтобы самописец успевал реагировать на все изменения тока и напряжения.

## 2.2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ВОЗБУЖДЕНИЯ АТОМА ИНЕРТНОГО ГАЗА

### I. Задание

Определить потенциал возбуждения инертного газа методом Франка-Герца.

### 2. Принадлежности

Трубка Франка-Герца на стенде, наполненная инертным газом, источники напряжения накала, источники сеточного и анодного напряжений, потенциометры в сеточной и анодной цепи, амперметр для измерения тока накала, микроамперметр в анодной цепи, вольтметры для измерения сеточного и анодного напряжений.

### 3. Ход работы

В данной работе используется трубка Франка-Герца, заполненная инертным газом до давления 1,2 мм рт.ст. Электрическую цепь для регистрации сеточных характеристик и кривых задержки собираем согласно схеме на рис. 8.

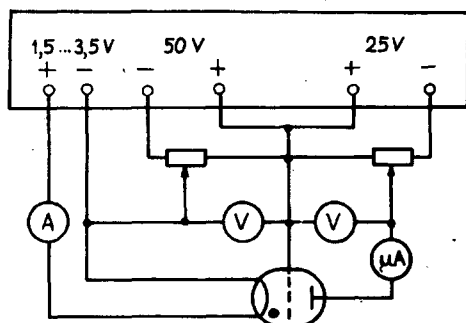


Рис. 8.

Получив разрешение преподавателя, включаем накал лампы. Для предохранения нити накала от перегрева нужно строго следить за тем, чтобы регулятор реостата напряжения накала на панели прибора до включения был повернут в крайнее левое положение (против часовой стрелки). Далее осторожно с помощью реостата устанавливаем силу тока накала, равную 2,60 А или 2,70 А согласно указанию на цоколе лампы и приступаем к измерениям. Сеточные характеристики следует снять для двух различных напряжений задержки на аноде, причем  $U_z \in (-3 \dots -5 \text{ В})$ . Анодный ток регистрируется при изменении ускоряющего напряжения от 0 до 50 В через каждый вольт. До фиксирования каждого показания микроамперметра нужно убедиться, что ток накала строго равен одному из вышеуказанных значений. На основании полученных данных построим график и найдем потенциал возбуждения атомов данного газа.

#### 4. Дополнительные вопросы и задания

1. Кто открыл электрон? Когда?
2. Что представляют собой  $\alpha$ -лучи?
3. Приведите постулаты Бора.
4. Выведите выражение (I).

5. Как зависит изменение внутренней энергии двух неупруго сталкивающихся частиц от их массы? Получите соответствующую формулу, предполагая, что одна из соударяющихся частиц вначале была неподвижна.

6. Электрон с известной кинетической энергией сталкивается неупруго с неподвижным атомом водорода и возбуждает его. Может ли быть атом водорода возбужден на этот же энергетический уровень протоном, обладающим такой же энергией, что и электрон?

7. Вычислить длину волны и частоту квантов света, излученных атомами гелия и неона при их переходе из первого возбужденного состояния в основное.

8. Какой минимальной скоростью должен обладать электрон, чтобы при соударении с атомом ртути возбудить его в первое возбужденное состояние?

9. Что называют энергией ионизации атома (потенциалом ионизации)?

10. Привести схему получения анодно-сеточной характеристики на экране осциллографа.

11. Что нужно предпринять для определения потенциала ионизации при использовании схемы на рис. 7?

### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. II, § 83; т. III, § 15.
2. Шпольский Э. Атомная физика. М., 1963, т. I, с. 293–315.

### 3. УДЕЛЬНЫЙ ЗАРЯД ЭЛЕКТРОНА

Конец прошлого столетия был в физике примечательным в отношении ряда экспериментов, существенно углубивших наше представление о строении вещества. Два из них посвящены измерению величин, характеризующих электрон. В первом эксперименте Дж. Дж. Томсон в 1897 году определил отношение заряда электрона  $e$  к его массе  $m$ , т.е. удельный заряд электрона, исследуя движение электрона в электрическом и магнитном полях, действующих одновременно. В другом экспери-



менте, осуществленном несколько позже (1906–1914 гг.) Р.А. Милликеном, удалось определить заряд электрона.

На сегодня известно множество различных методов измерения удельных зарядов заряженных частиц, в том числе электрона. Ниже ознакомимся с двумя из них. В обоих методах задача сводится к изучению траектории электрона или только в магнитном поле, или при совместном действии электрического и магнитного полей. В последнем случае траектория электрона определяется конфигурацией электрического и магнитного полей, поскольку на электрон действует сила

$$\vec{F} = e\vec{E} + e[\vec{v}, \vec{B}], \quad (1)$$

где  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля,  $\vec{B}$  – магнитная индукция,  $\vec{v}$  – скорость электрона. Удельный заряд электрона можно вычислить, если структура электрического и магнитного полей известна, а траектория определена экспериментально.

### 3.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА ПО ПАРАМЕТРАМ ЕГО ТРАЕКТОРИИ

#### 1. Задание

Изучение траектории движения электрона в однородном магнитном поле, вычисление удельного заряда электрона.

#### 2. Принадлежности

Газонаполненная электронно-лучевая трубка с создающими магнитное поле катушками и регулировочным блоком, источники напряжения, амперметр, вольтметр, компас, провода.

#### 3. Экспериментальная установка

Основной частью экспериментальной установки служит электронно-лучевая трубка. Электронный пучок формируется электронной пушкой, составные части которой изображены на рис.1.

Источником электронов является катод  $K$ , нагреваемый при помощи нити накала  $f$ . Вылетающие из катода электроны ускоряются электрическим полем, приложенным между катодом и анодом. Через круглые отверстия в управляющем электроде  $m$  и аноде  $a$  проходит только очень узкий пучок электронов. Изменяя потенциалы электродов, можно регулировать число электронов, движущихся от катода к аноду, и сосредоточить их в меньшей или большей степени на оси электронной пушки.

При столкновении электронов, обладающих достаточно большой энергией (0,4 эВ и больше), с атомами ртути часть атомов ионизируется. При рекомбинации возникающих ионов со случайными электронами излучается спектр ртутной дуги и можно видеть характерный синий нерассеивающийся свет. Поскольку рекомбинация частиц и эмиссия излучения локализованы в тех областях, в которых происходит ударная ионизация, то электронный луч становится визуально наблюдаемым в пространстве.

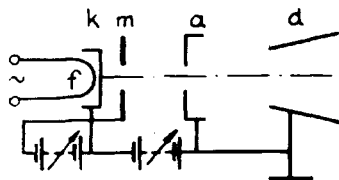


Рис. I.

Отклоняющие пластины  $d$ , изображенные на рис. I, в настоящей работе не нужны.

Для создания магнитного поля используется пара одинаковых коаксиальных кольцевых катушек, известных под названием катушек Гельмгольца. Обычно расстояние между кольцами катушек берется равным радиусу катушек. Особенностью катушек Гельмгольца является то, что их магнитное поле приближенно однородно в относительно широкой области, окружающей центр симметрии катушек. Индукция магнитного поля отдельного витка на расстоянии  $x$  от плоскости витка по его оси определяется формулой

$$B = \frac{\mu_0 R^2 i}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

где  $R$  — радиус витка,  $i$  — сила тока,  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

Индукция магнитного поля катушек Гельмгольца в центре системы выражается, следовательно, формулой

$$B = \frac{\mu_0 R^2 N i}{(a^2 + R^2)^{3/2}}, \quad (3)$$

где  $N$  — число витков в той и другой кольцевой катушке,  $2a$  — расстояние между катушками.

Приблизительно такова же индукция магнитного поля в области, находящейся вблизи центра катушек Гельмгольца. Из формулы (3) следует пропорциональная зависимость магнитной индукции от силы тока, проходящего через катушки:

$$B = \kappa i \quad (4)$$

где значение коэффициента пропорциональности  $\kappa$  зависит только от конструкции катушек.

На рис. 2 представлен фотоснимок прибора. Электронно-лучевая трубка находится в центре катушек Гельмгольца. Поворачивая трубку, можно направить электронный луч в магнитном поле перпендикулярно или наклонно к последнему. В однородном магнитном поле траектория электронов является в общем случае винтовая линия. Окружностью становится она тогда, когда направление движения электронов перпендикулярно магнитному полю. Радиус окружности

$$r = \frac{mv}{Be} \quad (5)$$

где  $m$  — масса электрона.

Измерив радиус траектории, зная скорость электронов и индукцию магнитного поля, можно с помощью формулы (5) вы-

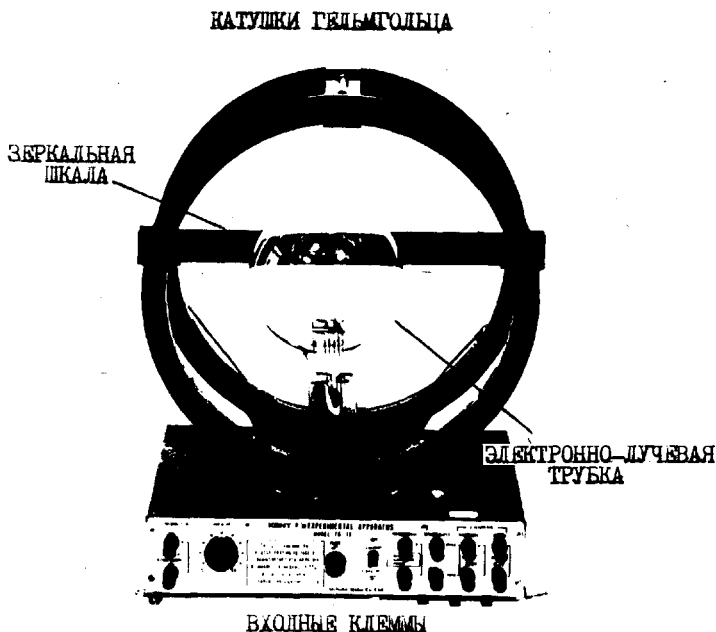


Рис. 2.

числить удельный заряд электрона. Индукцию магнитного поля можно вычислить по формуле (4), если измерена сила тока, проходящего через катушки. Для определения скорости электронов предположим, что они выходят из катода с нулевой начальной скоростью. В ускоряющем электрическом поле между катодом и анодом скорость электронов растет и достигает максимального значения  $v$  к моменту вылета их из отверстия анода. Поскольку работа сил электрического поля вызывает рост скорости и кинетической энергии электронов, то на основании закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \quad (6)$$

где  $U$  — разность потенциалов катода и анода.

Из формул (4), (5) и (6) следует окончательная формула для вычисления удельного заряда электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{(kiz)^2}. \quad (7)$$

#### 4. Ход работы

1. Устраним влияние магнитного поля Земли на электронный луч. Для этого с помощью компаса определим плоскость магнитного меридиана Земли в месте нахождения прибора и установим ось катушки Гельмгольца перпендикулярно к ней. Соберем электрическую цепь. Соединим клеммы "ELECTRODES" (Электроды), "HEATER" (Накал) и "HELMHOLTZ COILS" (катушки Гельмгольца) вместе с амперметром, измеряющим силу тока, проходящего через катушки, с подходящими клеммами источника питания, учитывая значения и полярность напряжений, указанных на передней панели регулировочного блока. Вольтметр, измеряющий ускоряющее напряжение, соединим с клеммами, "VOLTMETER" (вольтметр). Клеммы "DEFLECT. PLATES" (отклоняющие пластины) оставим свободными.

Установим реостат "CURRENT ADJ" регулирующий силу тока в катушках Гельмгольца, в "нулевое" положение. Поставим переключатель, находящийся на передней панели регулировочного блока, в положение "e/m MEASURE" (определение  $e/m$ ). Включим источник накала катода и прогреем катод 2 минуты. После этого подадим на анод напряжение 200 В.

2. Пронаблюдаем за изменениями траектории электронного луча в следующих случаях:

а) увеличиваем силу тока, проходящего через катушку Гельмгольца;

б) устанавливаем реостат "CURRENT ADJ" в нулевое положение и изменяем полярность напряжения, поданного на клеммы "HELMHOLTZ COILS". Повторим указанное в пункте а;

в) устанавливаем реостат "CURRENT ADJ" в нулевое положение, восстанавливаем начальную полярность напряжения и

регулируем силу тока 1,5 А. Осторожно поворачиваем электронно-лучевую трубку вокруг вертикальной оси на  $90^\circ$ .

Все результаты наблюдений внесем в протокол, указывая направления магнитного поля, силы Лоренца и движения электронов.

Сфокусируем луч, поворачивая ручку "FOCUS" (фокус) и уменьшая напряжение накала. Установим плоскость электронного луча параллельно плоскости витков катушек Гельмгольца. Для этого повернем электронно-лучевую трубку в положение, при котором луч после прохождения полной окружности попадет в промежуток между проволочными стержнями, удерживающими нить накала.

Установим силу тока 1,5 А. Определим радиус траектории луча, изменяя ускоряющее напряжение через каждые 20 В в интервале 150...270 В. Для определения радиуса траектории используем снабженное шкалой зеркало, закрепленное на задней катушке. При отсчете глаз должен быть в положении, в котором электронный луч и его зеркальное изображение совпадают. Радиус  $z$  найдем как среднее арифметическое двух отсчетов  $z_1$  и  $z_2$ . Отсчеты  $z_1$  и  $z_2$  получаем, используя участки шкалы от нуля соответственно направо и налево. Начертим график, выражающий зависимость  $U$  от  $z^2$ . Определим крутизну (наклон) графика и найдем по ней отношение  $\frac{e}{m}$  вместе с погрешностью измерений.

Отрегулируем ускоряющее напряжение до 200 В. Измерим радиус траектории электронов, изменяя силу тока через каждые 0,1 А в интервале 1,2...1,8 А. Каждый раз после регулировки силы тока проверяем, осталась ли плоскость луча параллельной плоскости витков катушек Гельмгольца, и изменяем в случае надобности ориентацию электронно-лучевой трубки. Начертим график, выражающий зависимость  $i$  от  $1/z$ . По крутизне графика найдем отношение  $e/m$  вместе с погрешностью измерений.

## 5. Постоянные прибора

Используемый в формулах (4) и (7) коэффициент пропорциональности  $k = 7,8 \times 10^{-4} \text{ TA}^{-1}$ .

## 6. Дополнительные вопросы и задания

1. Вывести формулу (2).
2. Доказать, что в однородном магнитном поле траекторией электрона, движущегося перпендикулярно индукции поля, будет окружность. Вывести формулу (5).
3. Доказать, что в однородном магнитном поле траекторией электрона, влетающего под углом к вектору индукции, будет винтовая линия. Найти шаг и радиус линии.
4. Объясните смысл приведенного выше указания по ослаблению действия магнитного поля Земли на результаты измерений.
5. Опишите метод Томсона определения удельного заряда электрона.
6. Опишите метод Милликена определения удельного заряда электрона.

## Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 47,72-75.

## **3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ МАГНЕТРОНА**

### 1. Задание

Определить удельный заряд электрона.

### 2. Принадлежности

Магнетрон и соленоид на подставке, источники питания, миллиамперметр, амперметр, вольтметр, три реостата, провода.

### 3. Экспериментальная установка

Простейший магнетрон представляет собой вакуумный диод с коаксиальными электродами, в котором создают однородное магнитное поле, направленное вдоль оси электродов. Цилиндр с меньшим диаметром нагревают электрическим током. Этот электрод служит катодом. Анодом является окружающий катод цилиндр. Оба электрода помещаются в откачанном баллоне. Магнитное поле создают с помощью соленоида, окружающего баллон. Поперечное сечение магнетрона приведено на рис. 3. Магнитное поле направлено в сторону читателя.

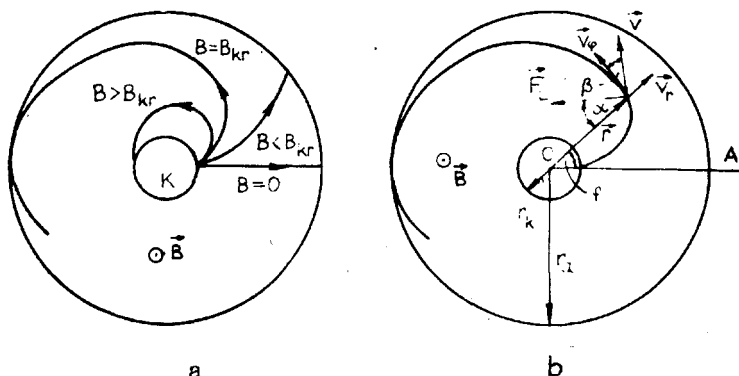


Рис. 3.

На электроны, находящиеся между катодом и анодом, действуют как электрическое, так и магнитное поле. Если предположить, что начальная скорость электронов равна нулю, то эти поля действуют на электроны в поперечном сечении магнетрона. Поэтому траектория электрона остается в этой плоскости.

В отсутствие магнитного поля электроны движутся прямолинейно от катода к аноду, создавая анодный ток (рис. 3, а). Слабое магнитное поле искривляет траекторию электронов, но они все же попадают на анод. При некотором критическом значении  $B_{кр}$  магнитного поля траектория электрона только соприкасается с анодом. При более сильных полях электроны вообще не будут попадать на анод. Таким образом, начиная с кри-



тического значения индукции магнитного поля, анодный ток прекращается.

Для описания движения электронов воспользуемся полярными координатами. Начало системы координат (полюс) путь будет на оси электродов. Положение точки траектории электрона будет определяться расстоянием  $r$  от полюса и полярным углом  $\varphi$  относительно какого-либо выбранного направления  $OA$  (см. рис. 3, б).

Скорость  $\vec{v}$  электрона в любой точке траектории можно разложить на два компонента: компонент  $\vec{v}_r$  вдоль радиуса-вектора  $\vec{r}$  и перпендикулярный к нему компонент  $\vec{v}_\varphi$ .

В данной работе мы не ставим целью определить параметры траектории электрона, поскольку для определения удельного заряда электрона достаточно знать, что при критическом значении индукции магнитного поля траектория электрона соприкасается с анодом только в одной точке. В этой точке радиальный компонент скорости превращается в нуль. Если и начальная скорость выхода электрона из катода была равна нулю, как выше предполагалось, то можно вычислить кинетическую энергию электронов, достигших анода, по формуле

$$\frac{mv_{\varphi a}^2}{2} = eU_a,$$

откуда

$$v_{\varphi a}^2 = \frac{2eU_a}{m}. \quad (8)$$

Скорость изменения момента импульса электрона

$$\frac{d}{dt}(I\dot{\varphi}) = M, \quad (9)$$

где  $I = mr^2$  — момент инерции электрона относительно оси магнетрона и  $M = F_L r \sin \alpha$  — компонент момента сил, действующих на электрон по этой же (рис. 3, б) оси.

Поскольку при критическом значении индукции магнитного поля

$F_L = e v B_{kp}$  и, кроме того,  $\alpha = \beta$ ,  
а, следовательно,  $v \sin \alpha = v_z$ , то

$$M = e v_z z B_{kp}. \quad (10)$$

Так как  $v_z = \frac{dz}{dt}$ , то

$$M = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} e B_{kp} z^2 \right). \quad (11)$$

Учитывая, что  $I = m v^2$  и  $z \dot{\varphi} = v_\varphi$ , можем левую сторону уравнения (9) переписать следующим образом

$$\frac{d(I \dot{\varphi})}{dt} = \frac{d}{dt} (m z v_\varphi).$$

Теперь уравнение (9) можно представить в виде

$$d(m z v_\varphi) = d \left( \frac{1}{2} e B_{kp} z^2 \right). \quad (12)$$

После интегрирования:

$$m z v_\varphi = \frac{1}{2} e B_{kp} z^2 + C, \quad (13)$$

где постоянная интегрирования определяется из граничных условий. Поскольку на поверхности катода  $v_\varphi = v_z = 0$ , то из уравнения (13) следует

$$C = -\frac{1}{2} e B_{kp} z_k^2.$$

Таким образом, в любой точке траектории

$$v_\varphi = \frac{e B_{kp} z}{2 m} \left( 1 - \frac{z_k^2}{z^2} \right). \quad (14)$$

В точке соприкосновения с анодом

$$v_{\varphi a} = \frac{e B_{\text{кр}} v_a}{2 m} \left( 1 - \frac{v_k^2}{v_a^2} \right). \quad (15)$$

Учитывая выражение (8), получим для определения удельного заряда электрона формулу

$$\frac{e}{m} = \frac{8 U_a}{B_{\text{кр}}^2 v_a^2 \left( 1 - \frac{v_k^2}{v_a^2} \right)^2} \quad (16)$$

Если  $v_a \gg v_k$ , то формула упрощается:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 U_a}{B_{\text{кр}}^2 v_a^2}. \quad (17)$$

Формулы (16) и (17) позволяют вычислить удельный заряд, если при известном значении  $U_a$  экспериментально определить индукцию  $B$  такого магнитного поля (или при заданном  $B$  определить такое анодное напряжение  $U_a$ ), при которой электроны перестают достигать анода. Если измерения производят при различных постоянных анодных напряжениях, то целесообразно построить график зависимости  $U_a = f(B_{\text{кр}}^2)$  (каким должен быть этот график?), определить его наклон и по наклону вычислить удельный заряд электрона.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 4. Магнетрон укреплен на специальной подставке, выводы от электродов соединены с клеммами на подставке. Как видно из рис. 4, силу тока измеряют только со среднего цилиндра, окружающего катод. Два крайних, потенциалы которых равны потенциалу среднего цилиндра, обеспечивают радиальность поля на протяжении всего измерительного анода; также не приходится теперь учитывать неравномерные распределения температуры на концах катода. Крайние цилиндры электрически соединены между собой внутри баллона. Их общая клемма на подставке обозначена через  $A'$ , клемма измерительного анода обозначена через  $A$ . На подставке укреплен и соленоид, окружающий магнетрон (клеммы -  $\oint$ ).

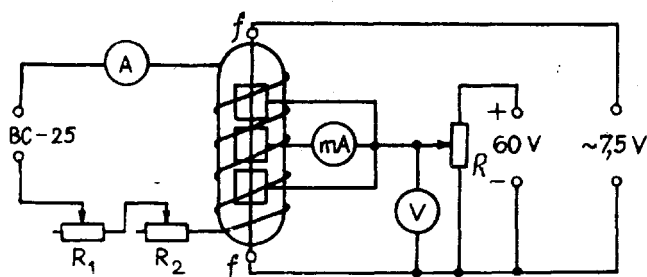


Рис. 4.

Для нагревания катода используют переменный ток напряжением 7,5 В (клеммы  $f$ ), анодное напряжение посредством потенциометра  $R$  снимается с источника постоянного напряжения. Подвижный контакт потенциометра в начале работы должен быть в нулевом положении. Для питания соленоида используют источник питания BC-25. Один из реостатов  $R_1$  и  $R_2$  — угольный реостат. Он служит для тонкой регулировки силы тока через соленоид; для грубой регулировки используется проволочный реостат.

#### 4. Ход работы

1. Для определения критической индукции магнитного поля соберем электрическую цепь согласно рис. 4. Подадим напряжение на катод. После прогревания катода в течение нескольких минут установим на аноде напряжение 20 В и зарегистрируем силу анодного тока. Подадим напряжение на соленоид и будем регистрировать силу анодного тока с интервалами изменения тока через соленоид в 0,1 А; в случае очень быстрого изменения анодного тока — через еще более короткие интервалы. Измерения продолжим до тех пор, пока анодный ток не будет исчезающе мал. В течение всех измерений необходимо следить за постоянством анодного напряжения. В случае его изменения производим дорегулировку с помощью потенциометра  $R$ . Аналогичные измерения выполним еще при четырех более высоких

анодных напряжениях. Все результаты измерений занесем в соответственно составленную таблицу.

2. Зависимости анодного тока  $i_a$  от тока  $i_s$  через соленоид представим графически для всех анодных напряжений на одной и той же координатной плоскости. По графикам найдем критические значения тока  $i_{кр}$  через соленоид. Их можно найти, если на графиках  $i_a = f(i_s)$  выявим участок самого быстрого уменьшения анодного тока и проведем через этот отрезок графика прямую. Точку, в которой прямая отходит от графика, будем считать критической, и силу тока в этой точке — критическим током соленоид.

3. Критическую индукцию магнитного поля вычислим по формуле

$$B_{кр} = \frac{\mu_0 i_{кр} N}{l}, \quad (18)$$

где  $N$  — число витков соленоид,  $l$  — длина соленоид,  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

4. Построим график  $\mu_a = f(B_{кp}^2)$  и убедимся, что это — прямая (см. формулу 17). Определим наклон прямой и вычислим удельный заряд электрона.

### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Какой будет траектория электрона в однородном магнитном поле, если он влетает в поле перпендикулярно вектору индукции? Определите параметры этой траектории.

2. Какой будет траектория электрона в однородном магнитном поле, если электрон влетает под углом к направлению поля? Определите параметры траектории.

3. Опишите метод Дж. Дж. Томсона и какой-либо другой метод определения удельного заряда.

4. Нарисуйте график зависимости  $i_a = f(B)$  для идеально-го магнетрона, какой имелся в виду в приведенных выше рассуждениях. Каким является этот график в реальном магнетроне? Объясните причины возможного расхождения.

5. Почему в формуле (9) не нужно учитывать момент электрических сил?

6. Почему на рис. 3, б  $\alpha = \beta$  ?
7. Какой величины ошибку мы сделаем в нашем эксперименте, если используем для вычисления удельного заряда вместо формулы (16) приближенную формулу (17)?
8. Какой будет траектория электрона в магнетроне с плоскими электродами?
9. В каких целях используют магнетрон в радиотехнике?

### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982. Т. II, § 50, 72-75.
2. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, с. 385-400.

### 4. ТЕРМОЭМИССИЯ

Валентные электроны в металлах можно считать в первом приближении свободными. Только на поверхности металла на эти электроны со стороны пространственной решетки положительных ионов действует сила, препятствующая их выходу из металла. Эта сила действует в относительно тонком граничном слое. Если предположить, что совокупность электронов, так называемый электронный газ ведет себя подобно идеальному газу, то при температуре абсолютного нуля можно рассматривать все электроны находящимися в минимуме потенциальной энергии или просто — потенциальной яме. (См. рис. I).



Рис. I.

Для того, чтобы электрон вышел из потенциальной ямы, нужно сообщить ему энергию, которая по крайней мере равна глубине ямы  $W_0$ . Эту энергию называют полной работой выхода электрона из рассматриваемого металла.

На самом деле энергии электронов в металлах квантованы, одно и то же значение энергии могут иметь одновременно не более, чем два электрона и их распределение по энергиям подчиняется статистике Ферми-Дирака. Это распределение при абсолютном нуле температуры изображает кривая 1 на рис. 2.

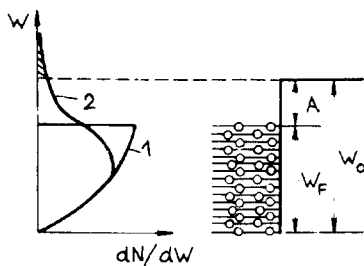


Рис. 2.

Здесь же изображен разрез потенциальной ямы вместе с разрешенными уровнями энергии. Кружочки на уровнях показывают, что они заняты электронами. Для лучшей наглядности рисунка верхние свободные уровни энергии не показаны. Самый верхний заполненный уровень называют уровнем Ферми и соответствующую ему энергию  $W_F$  — энергией Ферми. Эффективной работой выхода  $A$  электрона называют минимальную энергию, которую надо сообщить электронам, находящимся на уровне Ферми, чтобы они вышли из металла. Из рисунка 2 видно, что  $A = W_0 - W_F$ .

Энергию, необходимую для выхода электрона из металла, можно сообщить ему путем нагревания металла. Распределение электронов по энергиям при температуре, значительно большей абсолютного нуля, изображает кривая 2 на рис. 2. Для выхода из металла недостаточно того, что энергия электрона равна высоте потенциального барьера. Наряду с этим он должен еще двигаться перпендикулярно к поверхности металла. Какой бы ни была скорость электрона, движущегося параллельно поверхно-

сти металла, выйти из металла он не может.

Предположим, что испускающая электроны поверхность перпендикулярна оси X. Условием выхода электрона из металла будет

$$\frac{1}{2} m v_x^2 \geq W_0,$$

откуда граничная скорость

$$v_{x0} = \sqrt{\frac{2W_0}{m}}. \quad (I)$$

Рассмотрим элемент внешней поверхности эмиттера. Из всех электронов, имеющих компонент скорости  $v_x$ , за единицу времени проходят участок поверхности те, которые остаются в призме длиной  $v_x$ , построенной мысленно на этом элементе как на основании. Концентрация электронов, обладающих компонентами скоростей в интервале  $v_x, v_x + dv_x; v_y, v_y + dv_y; v_z, v_z + dv_z$ , определяется распределением Ферми-Дирака

$$dn = \frac{2m^3}{h^3} \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1} dv_x dv_y dv_z, \quad (2)$$

где  $m$  — масса электрона,

$h$  — постоянная Планка,

$W$  — энергия электрона,

$k$  — постоянная Больцмана.

Число таких электронов в рассматриваемой нами призме

$$dn_x = v_x dn = \frac{2m^3}{h^3} \frac{1}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1} v_x dv_x dv_y dv_z.$$

Поскольку каждый электрон, который достигает поверхности эмиттера с компонентом скорости  $v_x \geq \sqrt{\frac{2W_0}{m}}$  будет выходить из эмиттера независимо от того, какими были  $v_y$  и  $v_z$ , то число электронов, испускаемых с единицы поверхности в секунду, определится выражением



$$N = \frac{2m^3}{h^3} \int_{v_{x0}}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_x}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1} dv_x dv_y dv_z. \quad (3)$$

Поскольку  $\exp \frac{W-W_F}{kT} \gg 1$  и  $W = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$ ,

то

$$N = \frac{2m^3}{h^3} e^{\frac{W_F}{kT}} \int_{v_{x0}}^{+\infty} v_x e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} dv_z.$$

Каждый из двух последних интегралов равен  $\sqrt{2\pi kT/m}$ , а первый равен  $\frac{kT}{m} e^{-\frac{W_0}{kT}}$ . Таким образом, число электронов, испускаемых с единицы поверхности в единицу времени, равно

$$N = \frac{4\pi k^2 m}{h^3} T^2 e^{-\frac{W_0 - W_F}{kT}}$$

и плотность тока эмиссии  $j_e = Ne$ . Обозначая  $\frac{4\pi k^2 m e}{h^3} = A_0$  и  $W_0 - W_F = A$ , имеем

$$j_e = A_0 T^2 e^{-\frac{A}{kT}}. \quad (4)$$

Это уравнение называют законом Ричардсона-Дешмана.

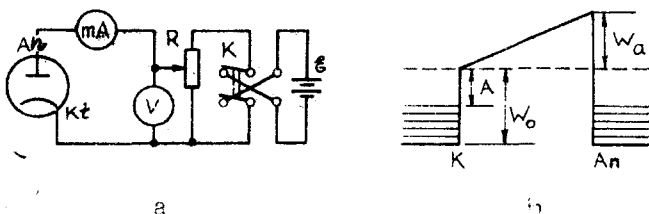


Рис. 3.

Действие задерживающего поля на термоэмиссионный ток.  
Простейшая схема для исследования термоэмиссии изображена на рис. 3 а. На некотором расстоянии  $d$  от плоского эмиттера

или катода  $Kt$  расположена другая параллельная первой металлическая пластинка, которую называют коллектором или анодом  $Ап$ . Оба электрода находятся в вакуумном баллоне. Пусть потенциал анода относительно катода отрицателен. Потенциальная энергия электрона на аноде поэтому положительна  $W_a = e U_a$ . Здесь  $U_a$  — напряжение между катодом и анодом. Анода достигают только те электроны, энергия которых достаточна не только для преодоления потенциального барьера  $W_0$ , но и барьера  $W_0 + W_a$  (рис. 3 б). Поэтому в формуле Ричардсона-Дешменна (4) необходимо в качестве показателя экспоненты написать  $-\frac{W_0 + W_a - W_F}{kT}$  тогда плотность тока

$$j_a = j_e e^{-\frac{e U_a}{kT}} \quad (5)$$

и сила анодного тока

$$i_a = j_a S = i_e e^{-\frac{e U_a}{kT}}, \quad (6)$$

где  $S$  — площадь катода и  $i_e = j_e S$ .

Эти зависимости имеют место лишь в том случае, если потенциал анода относительно катода отрицателен. При положительных анодных напряжениях сила анодного тока не должна зависеть от анодного напряжения. Все вышесказанное справедливо только при относительно низких температурах, когда не надо учитывать пространственный заряд электронов, вылетевших из эмиттера. Кроме того, здесь не учтены еще некоторые факторы, к обсуждению которых мы приступим ниже.

Контактная разность потенциалов. Если два металла привести в соприкосновение, между ними возникает разность потенциалов. При этом не важно, находятся ли эти металлы в непосредственном контакте или посредством других проводников. Образовавшаяся разность потенциалов называют контактной.

На рис. 4 приведены схемы уровней энергии двух различных металлов непосредственно до приведения в контакт (рис. 4 а) и после этого (рис. 4 б). Поскольку  $A_1 < A_2$ , то поток электронов из первого металла во второй первоначально больше, чем встречный поток. В единицу времени через единицу площади находящегося в контакте слоя в одном направлении проходит

КОЛИЧЕСТВО ЭЛЕКТРОНОВ

$$dN_x = \frac{2m^3}{h^3} \cdot \frac{v_x}{e^{\frac{W-W_F}{kT}} + 1} dv_x dv_y dv_z,$$

компоненты скоростей которых лежат в интервалах  $dv_x, dv_y, dv_z$ . Возникающее электрическое поле начинает препятствовать предпочтительно направленной диффузии электронов от металла 1 к металлу 2, так что при равновесии встречные потоки электронов

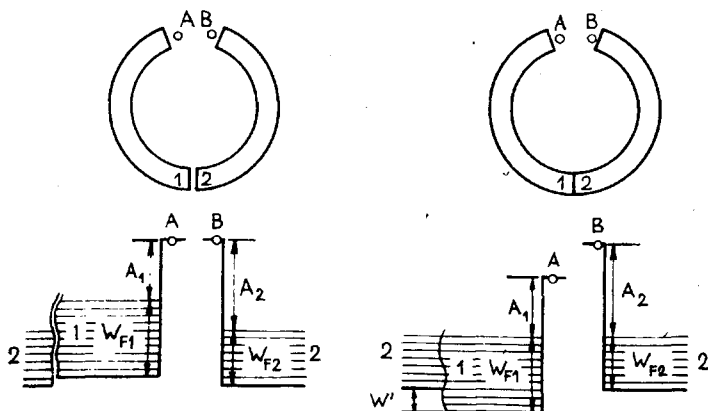


Рис. 4.

становятся одинаковыми:  $dN_{12} = dN_{21}$  или

$$\begin{aligned} \frac{2m^3}{h^3} \cdot \frac{v_{x1}}{e^{\frac{W_1-W_{F1}}{kT}} + 1} dv_{x1} dv_{y1} dv_{z1} = \\ \frac{2m^3}{h^3} \cdot \frac{v_{x2}}{e^{\frac{W_2-W_{F2}}{kT}} + 1} dv_{x2} dv_{y2} dv_{z2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Пусть при равновесии разность потенциальных энергий электронов в основном состоянии равна  $W'$ . Теперь на основании равенства полных энергий электронов можно сказать, что

$$\frac{1}{2} m v_{x1}^2 = \frac{1}{2} m v_{x2}^2 + W'; \quad v_{y1} = v_{y2}; \quad v_{z1} = v_{z2} \quad (8)$$

или

$$W_1 = W_2 + W'.$$

Дифференцируя выражение (8), получим

$$v_{x1} dv_{x1} = v_{x2} dv_{x2}; \quad dv_{y1} = dv_{y2}; \quad dv_{z1} = dv_{z2}.$$

На основании (7) можем записать граничное условие:

$$\frac{1}{e \frac{W_2 + W' - W_{F1}}{kT} + 1} = \frac{1}{e \frac{W_2 - W_{F2}}{kT} + 1}.$$

Отсюда следует, что  $W_2 + W' - W_{F1} = W_2 - W_{F2}$ . Следовательно,  $W' = W_{F1} - W_{F2}$ . Поскольку  $W'$  — разность потенциальных энергий электронов в их основных состояниях, то последнее выражение отражает тот факт, что при равновесии уровни Ферми расположены на одинаковой высоте. Из рисунка 4 б видно, что для точек А и В, расположенных в непосредственной близости к внешним поверхностям, разность потенциальных энергий электронов

$$W_{AB} = A_1 - A_2,$$

в силу чего разность потенциалов этих точек или контактное напряжение

$$U_{AB} = \frac{A_1 - A_2}{e}. \quad (9)$$

При вычислении значений анодного тока это напряжение надо прибавить (учитывая его знак) к приложенному внешнему напряжению на электродах.

Эффект Шоттки. Из формулы Ричардсона-Дешмана (4) следует, что плотность тока эмиссии или тока насыщения не зависит

от напряженности электрического поля между катодом и анодом. Это не совсем так, поскольку положительные анодные напряжения в некоторой степени способствуют выходу электронов из катода. Действительно, как известно из электростатики, на электрон, отделившийся от поверхности металла, действует сила притяжения со стороны индуцированных зарядов. Эту силу можно вычислить методом зеркального отображения. Если поверхность металла плоская и электрон удалился от нее на расстояние  $x$ , то "сила зеркального отображения"

$$F_p = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{(2x)^2}. \quad (I0)$$

Потенциальная энергия электрона, которая соответствует этой силе

$$W_p = - \frac{e}{16\pi\epsilon_0 x}. \quad (II)$$

Графики функций (I0) и (II) изображены на рис. 5 сплошной линией. В непосредственной близости к поверхности металла выражения (I0) и (II) не выполняются. Здесь силу, действующую на электрон, можно считать постоянной и потенциальную энергию — линейно зависящей от расстояния. Если при подаче напряжения на анод возникает однородное электрическое поле, направленное от анода к катоду, то потенциальная энергия электрона в нем будет линейной функцией от расстояния. На рис. 5 эти зависимости изображены прерывистой линией. Действующая на электрон результирующая сила и потенциальная энергия электрона изображены на этом же рисунке жирной прерывистой линией. Максимум потенциального барьера находится на расстоянии  $x_m$  от катода. В этой точке "сила зеркального отображения" равна силе, действующей на электрон со стороны внешнего поля.

$$eE - \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x_m^2} = 0. \quad (I2)$$

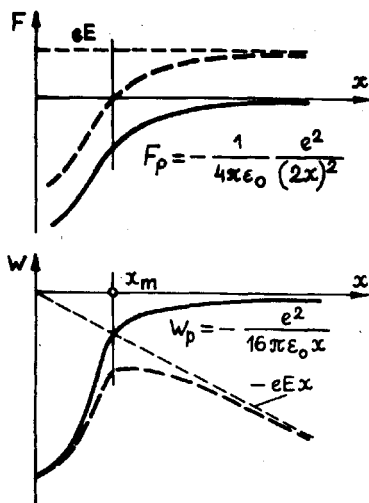


Рис. 5.

Последняя формула равносильна утверждению, что на расстоянии  $x_m$  первая производная от потенциальной энергии электрона по  $x$  равна нулю. Из равенства (12) следует, что

$$x_m = \sqrt{\frac{e}{16\pi\epsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E}} = C \frac{1}{\sqrt{E}}.$$

На расстоянии  $x_m$  от катода потенциал зеркально отраженного заряда равен потенциалу внешнего поля; также равны соответствующие потенциальные энергии электронов, как это явствует из умножения обеих сторон равенства (12) на  $x_m$ . Следовательно, потенциальный барьер понижается на

$$\Delta W = -2eEx_m = -2eC\sqrt{E}.$$

Вследствие понижения барьера увеличивается плотность эмиссионного тока и она определяется теперь выражением

$$j_E = j_e e^{-\frac{2eC\sqrt{E}}{kT}}. \quad (13)$$

Эту формулу вывел В. Шоттки и описанное явление носит его имя.

При очень сильном электрическом поле эмиссионный ток растет еще быстрее и определяется выражением

$$j'_E = C_1 E^2 e^{-\frac{C_2}{E}}.$$

Такую эмиссию электронов под действием внешнего поля называют холодной эмиссией или автоэмиссией. Она обуславливается туннельным эффектом, который заключается в вылете электронов из металла в вакуум "сквозь" потенциальный барьер, а не "через" него, как в эффекте Шоттки.

Влияние пространственного заряда. До настоящего момента мы предполагали, что распределение потенциала и напряженности электрического поля между катодом и анодом обусловлено только приложенным к электродам напряжением и контактной разностью потенциалов между ними. Если анодом и катодом служат параллельные пластины, то распределение потенциала в случае холодного катода представлено кривой 1 на рис. 6. При нагревании катода из него вылетают электроны. Двигаясь от катода к аноду они образуют в межэлектродном пространстве отрицательный пространственный заряд, электрическое поле которого складывается с внешним полем, возникающим под действием приложенного к электродам напряжения. Вследствие этого происходит некоторое снижение потенциала поля (кривые 2 и 3 на рис. 6) и ослабление поля ( $|E| = \frac{d\varphi}{dx}$ ) вблизи катода. Если поле пространственного заряда достаточно сильно, то потенциал результирующего поля может стать даже отрицательным (кривая 3 на рис. 6) и вызвать обратное движение электронов к катоду.

Пусть эмиссионная способность катода бесконечно велика и первоначальная скорость всех вылетевших электронов равна нулю. В таких условиях ток приобретает бесконечно большое зна-

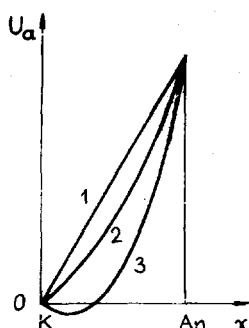


Рис. 6.

чение при любом сколь угодно малом электрическом поле, направленном к катоду (имеется в виду поле вблизи катода). При сколь угодно малом, но противоположно направленном поле катод не может выпускать электроны. Ток конечного значения может возникнуть только тогда, когда напряженность поля на катоде равна нулю. Таким образом, предположив, что при  $x = 0$  как  $U(0) = 0$ , так и  $E = -\frac{dU}{dx}\bigg|_{x=0} = 0$ , установим связь между силой анодного тока и анодным напряжением. Будем исходить из уравнения Пуассона

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0},$$

где  $U$  — потенциал на расстоянии  $x$  от катода и  $\rho(x)$  — плотность пространственного заряда на этом же расстоянии. Так как  $\rho = ne$  и  $j = neu$ , где  $n$  — концентрация электронов,  $e$  — элементарный заряд и  $u$  — скорость направленного движения электронов, то

$$\rho = -\frac{j}{u}.$$

С другой стороны,

$$u = \sqrt{\frac{2e}{m} U}. \quad (14)$$



Следовательно,

$$p = -j \sqrt{\frac{m}{2e}} U^{-\frac{1}{2}}.$$

Уравнение Пуассона можно теперь записать в виде

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = \frac{j}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} U^{-\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Учитывая вышеприведенные граничные условия на катоде, после двукратного интегрирования уравнения получим

$$U = \left( \frac{9}{4} \frac{j}{\epsilon_0} \frac{m}{2e} x^2 \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Из последней формулы плотность анодного тока будет

$$j = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U_a^{\frac{3}{2}}}{d^2},$$

где  $d$  — расстояние между катодом и анодом,  $U_a$  — анодное напряжение. Сила тока выразится так:

$$i = j S_a = B U_a^{\frac{3}{2}}, \quad (16)$$

где

$$B = \frac{4\epsilon_0 S_a}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}}.$$

Формулу (16) вывели И. Ленгмюр и С. Богуславский и ее называют законом Ленгмюра-Богуславского или просто законом "трех вторых".

#### 4.1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРОНОВ ПО СКОРОСТЯМ

##### I. Задание

Изучение распределения термоэлектронов по скоростям методом задерживающего потенциала. Определение контактного напряжения между катодом и анодом.

##### 2. Принадлежности

Исследуемый диод вместе с электрометрическим измерительным устройством.

##### 3. Опытная установка

Принципиальная электрическая схема опытной установки приведена на рис. 7. Исследуемой лампой служит диод  $D$ , электродами которого являются два близко друг к другу расположенных коаксиальных цилиндра.

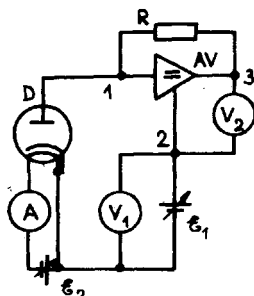


Рис. 7.

За счет источника напряжения  $E_1$  (регулируемое напряжение  $-3\text{ В} \dots +3\text{ В}$ ) создается задерживающее напряжение между катодом и анодом (на стенде - "Анодное напряжение"). В анодной цепи находится электрометрический измеритель силы тока - электрометр, который состоит из усилителя постоянного тока

$AV$  с большим внутренним сопротивлением, высокоомного резистора  $R$  в цепи отрицательной обратной связи усилителя и вольтметра  $V_2$  на выходе усилителя. Анодный ток  $i$ , проходя через резистор  $R$ , вызывает на нем падение напряжения  $U$ . Если коэффициент усиления  $K$  усилителя достаточно велик ( $K \approx 10^3 \dots 10^4$ ), то падение напряжения на входе усилителя (между точками 1 и 2) можно считать равным нулю, поскольку оно в  $K$  раз меньше напряжения на выходе усилителя (между точками 2 и 3). Поэтому при напряжении на выходе в 1 В падение напряжения будет меньше 1 мВ. Не учитывая его мы большой ошибки не сделаем. Следовательно, напряжение  $U_2$ , измеряемое вольтметром  $V_2$ , можем считать равным падению напряжения на резисторе  $R$ , а напряжение  $U_1$ , измеряемое вольтметром  $V_1$ , — равным полному задерживающему напряжению  $U_v$ .

Силу анодного тока можно найти по закону Ома, но в случае нашего стенда этого делать не надо, поскольку вольтметр  $V_2$  проградуирован непосредственно по току (на стенде — "Электрометр").

После включения стенда и 10 ... 15-минутного прогревания можно начинать измерения. Для изменения температуры катода в цепь подогрева включен источник с регулируемым напряжением (на стенде — КИТТЕVOOL). После изменения тока подогрева следует выждать несколько минут, пока температура не стабилизируется.

Во время измерений на всех диапазонах измерения важна проверка нуля. На более высоких пределах измерения ( $10^{-2} \dots 10^{-5}$  А) на анод приходится подавать большое задерживающее напряжение ( $U_1 = -3$  В) и при помощи рукоятки "NULL" электрометр устанавливать на ноль. При меньших значениях тока ( $10^{-7} \dots 10^{-12}$  А) для проверки нуля следует измеритель анодного тока ("ЭЛЕКТРОМЕТЕР") переключить на 2-3 диапазона в сторону более высоких значений, не изменяя задерживающего напряжения. В случае необходимости следует показание электрометра снова привести к нулю.

#### 4. Ход работы

1. После включения аппаратуры следует выждать примерно 15 мин и затем провести измерения зависимости анодного тока

от напряжения между анодом и катодом по крайней мере при трех значениях тока накала. Токи накала выберем в пределах от 150 до 200 мА. Измерения желательно начинать с более высоких значений тока накала и наименьшего задерживающего потенциала (+3 В), иначе проверка нуля доставит много хлопот. Задерживающий потенциал ~~изменяем~~ в зависимости от скорости изменения силы тока ступенями величиной от 0,05 до 0,2 В.

2. Полученные результаты представим в виде зависимостей  $i_{an} - U_c$  и проверим, действительно ли распределение (6). Что является критерием этого?

Добавим, что при выводе формулы (6) мы предполагали, что электроды плоские и расположены параллельно друг другу. Эта зависимость справедлива и для коаксиальных цилиндров, если расстояние между ними намного меньше радиуса цилиндров. Если радиус эмиттера значительно меньше радиуса коллектора и  $eU \gg kT$ , то зависимость анодного тока от задерживающего напряжения описывается формулой

$$i = i_e \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{eU}{kT}} e^{-\frac{eU}{kT}}, \quad (17)$$

(см. /3/, с. 175).

На основании паспортных данных диода следует решить, справедливо ли применение формулы (6) в данной работе.

3. На основании крутизны графиков найдем температуру электронов для всех токов накала.

4. С помощью графиков определим контактные разности потенциалов между анодом и катодом при разных температурах и их знаки относительно катода. Определим действительные значения задерживающего потенциала.

5. Соответственно каждому значению задерживающего потенциала найдем минимальные значения компонента  $v_x$  скорости, позволяющего электрону достичь анода.

6. Нарисуем графики зависимости анодного тока от соответствующих значений  $v_x$  при разных температурах. Какое физическое толкование имеют эти графики?

7. На основании полученных данных построим графики  $\frac{dn}{dv_x} = f(v_x)$ , учитывая, что  $\frac{dn}{dv_x} \sim \frac{di}{dv_x}$ . Какое толкование можно дать

этим графикам?

8. Вычислим наиболее вероятные, среднеквадратичные и среднеарифметические скорости термоэлектронов при соответствующих температурах электронного газа.

#### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Какие электроны называют валентными?
2. Что называют уровнем Ферми?
3. Дайте определение работы выхода электрона.
4. Приведите распределение Максвелла и сравните его с распределением (2) Ферми-Дирака.
5. Обоснуйте неравенство  $\exp \frac{W - W_F}{kT} \gg 1$  (см. с. 68).
6. Вычислите интегралы в формуле (3).
7. Что можно утверждать на основании формул (5) и (6) о законе распределения термоэлектронов по скоростям?
8. Нарисуйте график  $\ln i - U_a$  и экстраполируйте его в область положительных анодных напряжений.
9. Постройте зависимость  $\ln i$  от показания измеряющего анодное напряжение вольтметра для случая, когда контактная разность потенциалов между анодом и катодом отрицательна относительно катода. Как определить по этим графикам контактную разность потенциалов?

### 4.2. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА ТРЕХ ВТОРЫХ

#### I. Задание

Экспериментально определить вольтамперные характеристики вакуумного диода. Вычислить удельный заряд электрона.

#### 2. Принадлежности

Исследуемый диод, миллиамперметр, амперметр, вольтметр, три реостата, источники напряжения, ключ, провода.

### 3. ОПЫТНАЯ УСТАНОВКА

Электрическая схема установки приведена на рис. 8. Исследуемым элементом служит измерительный диод  $D$ , катод которого изготовлен из вольфрама. Катод окружают три одинаковых цилиндра, ось которых совпадают с осью катода. Анодный ток

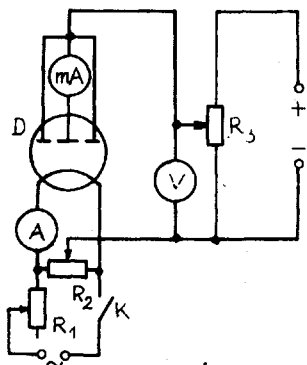


Рис. 8.

измеряют со среднего цилиндра, крайние цилиндры служат для устранения краевых эффектов. Низкоомным реостатом  $R_1$  регулируют силу тока накала, потенциометр  $R_2$  (также низкоомный, подвижный контакт в середине потенциометра) позволяет сделать измерение анодного тока симметричным относительно концов катода. Его использование необходимо при прогреве катода постоянным током. Высокоомный потенциометр  $R_3$  служит для регулировки анодного напряжения.

### 4. Ход работы

1. После сборки схемы ключ  $K$  должен быть разомкнут, сопротивление реостата  $R_1$  максимально, подвижный контакт по-

тениометра  $R_3$  в крайнем нижнем положении согласно рис. 8 (почему?) и подвижный контакт потенциометра  $R_2$  в середине.

2. Включим источники напряжений и прогреем их в течение 10 ... 15 минут.

3. Подадим напряжение на цепь и измерим зависимости анодного тока от анодного напряжения при токах накала 1,3; 1,4; 1,5; и 1,6 А. Анодные токи зарегистрируем в интервале анодных напряжений 0 ... 30 В через 2 В и в интервале 30 ... 100 В через каждые 5 В или через еще большие ступени в зависимости от скорости изменения анодного тока.

Все результаты измерений занесем в соответственно составленные таблицы. Сюда же поместим измеренные напряжения в степени  $3/2$ .

4. На одном и том же листе миллиметровой бумаги построим вольтамперные характеристики при всех токах накала. Оценим на всех графиках интервалы, в которых выполняется закон  $3/2$ .

5. Для найденных интервалов напряжений построим графики, которые отражают зависимость анодного тока от напряжения в системе координат  $i - U^{3/2}$ .

6. Найдем крутизну графика, описанного в п. 5, и вычислим, пользуясь формулой (18), удельный заряд электрона.

Как следует из введения к данной работе, при относительно высоких температурах катода, когда нельзя пренебречь пространственным зарядом электронов, анодный ток подчиняется закону трех вторых (16). Доказали мы это для параллельных плоских электродов. Для коаксиальных цилиндрических электродов этот закон остается в силе, только коэффициент пропорциональности в формуле (16) выразится теперь формулой

$$B = \frac{8\pi\epsilon_0\ell}{9\epsilon_a\beta^2} \sqrt{\frac{2e}{m}}, \quad (18)$$

где  $\ell$  — длина диода,  $\epsilon_a$  — радиус анода и  $\beta^2$  — безразмерный зависящий от отношения радиусов катода и анода коэффициент, который можно найти по приведенному на рис. 9 графику.

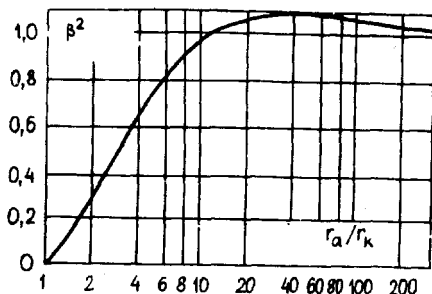


Рис. 9.

#### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Что называют работой выхода электрона?
2. Каким образом сила анодного тока в диоде зависит от анодного напряжения при низких температурах, в том случае, когда влиянием пространственного заряда можно пренебречь?
3. Какое действие оказывает на анодный ток контактная разность потенциалов между катодом и анодом?
4. Обоснуйте формулу (14).
5. Найдите решение уравнения (15).

#### 4.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНА ИЗ ВОЛЬФРАМА

##### 1. Задание

Экспериментально определить вольтамперные характеристики вакуумного диода. Вычислить работу выхода электрона.

##### 2. Принадлежности

Те же, что в работе 4.2.

##### 3. Опытная установка

Та же, что в работе 4.2.



#### 4. Ход работы

Из закона (4) Ричардсона-Дешмана следует, что график зависимости плотности тока эмиссии от температуры катода, построенный в координатах  $\ln \frac{de}{T^2} - \frac{1}{T}$ , представляет собой прямую. Из наклона (крутизны) этой прямой можно вычислить работу выхода электрона из катода и коэффициент пропорциональности  $A_0$ . Такой метод определения работы выхода электрона называют методом прямых Ричардсона.

Работу выполняем следующим образом.

1. Пусть ключ К после сборки цепи разомкнут, сопротивление реостата  $R_1$  максимально, подвижный контакт потенциометра  $R_3$  в нижнем крайнем положении (по рис. 8) и подвижный контакт потенциометра  $R_2$  в середине.

2. Включим источники напряжения и прогреем их в течение 10...15 минут.

3. Подадим напряжение на цепь и измерим зависимости анодного тока от анодного напряжения при токах накала 1,4 и 1,6 А. Силы анодного тока зарегистрируем в интервале напряжений 0...30 В через каждые 5 В и в интервале 30...120 В через каждые 10 В. Результаты измерений занесем в соответственно составленную таблицу.

4. Подадим на анод напряжение, которое обеспечивает в диоде наличие тока насыщения (зафиксируем это напряжение в протоколе) и определим силы тока эмиссии в интервале сил тока накала 1,2...1,7 А (примерно 10 экспериментальных точек).

5. Найдем температуры катода, соответствующие токам накала, измеренным в предыдущем пункте. Непосредственное измерение температуры катода в данной работе с помощью оптического пирометра неудобно, поэтому используем некоторые косвенные методы, которые основываются на зависимости температуры катода от мощности подогрева или силы тока накала, либо на зависимости тока эмиссии от температуры катода, либо на зависимости сопротивления катода от его температуры. Для конкретных материалов эти зависимости предварительно определены и представлены в виде таблиц. Для цилиндрического катода из чистого вольфрама, длина которого 1 см и диаметр тоже

Таблица I

Данные для катода из чистого вольфрама длиной I см и диаметром I см

$T$	$P'$	$R' \cdot 10^6$	$J_1'$	$W' \cdot 10^3$	$J'$	$M'$	$R_T' / R_{293K}'$
	$\frac{P}{ld}$	$\frac{Rd^2}{l} \cdot 10^6$	$\frac{J_1}{d^{3/2}}$	$\frac{Wd}{l} \cdot 10^3$	$\frac{J}{ld}$	$\frac{M}{ld}$	$R_T / R_{293K}$
K	Вт см <sup>-2</sup>	Ом см	А см <sup>-3/2</sup>	В см <sup>-1/2</sup>	А см <sup>-2</sup>	г см <sup>-2</sup> с <sup>-1</sup>	
1	2	3	4	5	6	7	8
I000	1,891	31,74	244,1	7,749	$3,36 \cdot 10^{-15}$	$1,16 \cdot 10^{-33}$	4,54
II00	3,223	35,58	301,0	10,71	$4,77 \cdot 10^{-13}$	$6,81 \cdot 10^{-30}$	5,08
I200	5,210	39,46	363,4	14,34	$3,06 \cdot 10^{-11}$	$1,01 \cdot 10^{-26}$	5,65
I300	8,060	43,40	430,9	18,70	$1,01 \cdot 10^{-9}$	$4,22 \cdot 10^{-24}$	6,22
I400	12,01	47,37	503,5	23,85	$2,08 \cdot 10^{-8}$	$7,88 \cdot 10^{-22}$	6,78
I500	17,33	51,40	580,6	29,85	$2,87 \cdot 10^{-7}$	$7,42 \cdot 10^{-20}$	7,36
I600	24,32	55,46	662,2	36,73	$2,91 \cdot 10^{-6}$	$3,92 \cdot 10^{-18}$	7,93
I700	33,28	59,58	747,3	44,52	$2,22 \cdot 10^{-5}$	$1,31 \cdot 10^{-16}$	8,52
I800	44,54	63,74	836,0	53,28	$1,40 \cdot 10^{-4}$	$2,97 \cdot 10^{-15}$	9,12
I900	58,45	67,94	927,4	63,02	$7,15 \cdot 10^{-4}$	$4,62 \cdot 10^{-14}$	9,72
2000	75,37	72,19	1022	73,75	$3,15 \cdot 10^{-3}$	$5,51 \cdot 10^{-13}$	10,33
2100	95,69	76,49	1119	85,57	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$4,95 \cdot 10^{-12}$	10,93

Продолжение табл. I

1	2	3	4	5	6	7	8
2200	119,8	80,83	1217	98,40	$4,17 \cdot 10^{-2}$	$3,92 \cdot 10^{-11}$	11,57
2300	148,2	85,22	1319	112,4	0,128	$2,45 \cdot 10^{-10}$	12,19
2400	181,2	89,65	1422	127,5	0,364	$1,37 \cdot 10^{-9}$	12,83
2500	219,3	94,13	1526	143,6	0,935	$6,36 \cdot 10^{-9}$	13,47
2600	263,0	98,66	1632	161,1	2,25	$2,76 \cdot 10^{-8}$	14,12
2700	312,7	103,22	1741	179,7	5,12	$9,95 \cdot 10^{-8}$	14,76
2800	368,9	107,85	1849	199,5	11,11	$3,51 \cdot 10^{-7}$	15,43
2900	432,4	112,51	1961	220,6	22,95	$1,08 \cdot 10^{-6}$	16,10
3000	503,5	117,21	2072	243,0	44,40	$3,04 \cdot 10^{-6}$	16,77

88

Пример использования данных таблицы. Найдем данные для вольфрамового катода длиной 10 см и диаметром 0,1 мм при рабочей температуре 2400 К.

Мощность излучения  $P = P'ld = 181,2 \cdot 10 \cdot 0,01 = 18,1$  Вт

Сопротивление  $R = R'(l/d^2) = 89,65 (10/10^{-4}) \cdot 10^{-6} = 8,965$  Ом

Сила тока накала  $I_f = I_f' d^{3/2} = 1422 \cdot 0,01^{3/2} = 1,422$  А

Падение напряжения  $U = U'(l/\sqrt{d}) = 127,5 \cdot (10/0,1) \cdot 10^{-3} = 12,75$  В

Сила тока эмиссии  $I = I'ld = 0,364 \cdot 10 \cdot 0,01 = 0,0364$  А

Скорость испарения  $M = M'ld = 1,37 \cdot 10^{-9} \cdot 10 \cdot 0,01 = 1,37 \cdot 10^{-10}$  г/с

Отношение сопротивлений в горячем и холодном состояниях

$$R_T / R_{243K} = R'_T / R'_{243K} = 12,83$$

I см, эти данные приведены в таблице I, где  $T$  - абсолютная температура катода,  $P$  - мощность излучения,  $R$  - сопротивление,  $I_f$  - сила тока накала,  $U$  - напряжение,  $I$  - сила тока эмиссии,  $M$  - скорость испарения,  $R_T/R_{изк}$  - отношение сопротивлений горячего и холодного катода,  $\ell$  - длина катода,  $d$  - диаметр катода. Под таблицей приведен пример пользования ею.

Поскольку в нашей работе определены и ток накала, и ток эмиссии, а также известен диаметр катода, то для определения температуры катода можем использовать 4-й или 6-й столбец таблицы I. На основании данных таблицы I можно построить для себя график, облегчающий определение температуры.

6. После определения температуры катода для всех измеренных токов накала вычислим их обратные значения, плотности тока эмиссии и  $\ln \frac{I_e}{T^2}$ . Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу, построим график зависимости  $\ln \frac{I_e}{T^2} = f\left(\frac{1}{T}\right)$ , определим наклон прямой и вычислим работу выхода, выразив ее в электрон-вольтах. По этому же графику найдем  $A_0$  и сравним с вычисленным теоретическим значением.

## 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Что называют работой выхода электрона?
2. Что называют уровнем Ферми?
3. Выведите формулу для расчета плотности тока эмиссии в предположении, что распределение электронов по скоростям в металле подчиняется закону Максвелла.
4. Как влияет на ток эмиссии внешнее электрическое поле?

## 4.4. ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ШОТКИ

### I. Задание

Экспериментально определить вольтамперные характеристики вакуумного диода. Вычислить заряд электрона.

## 2. Принадлежности

Те же, что в работе 4.2.

## 3. Опытная установка

Та же, что в работе 4.2.

## 4. Ход работы

Из формулы (13) следует, что сила эмиссионного тока при значении напряженности электрического поля  $E_1$  в непосредственной близости от катода равна

$$i_{E_1} = i_e \exp\left(\frac{e^{3/2}}{2kT} \sqrt{\frac{E_1}{\pi\epsilon_0}}\right)$$

и при напряженности  $E_2$

$$i_{E_2} = i_e \exp\left(\frac{e^{3/2}}{2kT} \sqrt{\frac{E_2}{\pi\epsilon_0}}\right).$$

Отношение сил тока

$$\frac{i_{E_2}}{i_{E_1}} = \exp\left[\frac{e^{3/2}}{2kT\sqrt{\pi\epsilon_0}} (\sqrt{E_2} - \sqrt{E_1})\right].$$

Поскольку

$$\frac{i_{E_2}}{i_{E_1}} = 1 + \frac{i_{E_2} - i_{E_1}}{i_{E_1}} = 1 + \frac{\Delta i}{i_{E_1}}$$

и  $i_{E_1} \approx i_{E_2} = i$ , то

$$\ln \frac{i_{E_2}}{i_{E_1}} = \ln\left(1 + \frac{\Delta i}{i}\right) = \frac{e^{3/2}}{2kT\sqrt{\pi\epsilon_0}} (\sqrt{E_2} - \sqrt{E_1}),$$

откуда

$$e = \frac{2kT\sqrt{\pi\epsilon_0} \ln\left(1 + \frac{\Delta i}{i}\right)^{2/3}}{\sqrt{E_2 - E_1}}. \quad (19)$$

По формуле (19) можно вычислить заряд электрона, если при какой-то определенной температуре катода измерена сила тока эмиссии и ее изменение под действием электрического поля. Если электроды представляют собой коаксиальные цилиндры, то напряженность электрического поля на поверхности катода можно вычислить по формуле

$$E = \frac{U_a}{r_k \ln \frac{r_a}{r_k}} \quad (20)$$

где  $r_k$  и  $r_a$  — соответственно радиусы катода и анода,  
 $U_a$  — анодное напряжение.

Работу выполняем следующим образом.

1. Пусть ключ  $K$  после сборки цепи разомкнут, сопротивление реостата  $R_1$  максимально, подвижный контакт потенциометра  $R_3$  в крайнем нижнем положении (по рис. 8) и контакт потенциометра  $R_2$  в середине.

2. Включим источники напряжения и прогреем их в течение 10...15 минут.

3. Подадим напряжение на цепь и измерим зависимости анодного тока от анодного напряжения при силах тока накала 1,3; 1,5; и 1,6 А. Анодные токи зарегистрируем до наступления режима насыщения, изменяя напряжение через каждые 5 В, потом через 10 В и 50 В до напряжения 400 В. Результаты измерений занесем в соответственно составленную таблицу. В нее же поместим результаты вычисления напряженности поля по формуле (20).

4. Определим температуры катода по значениям силы тока накала, пользуясь таблицей I (см. работу 4.3).

5. На основании результатов измерения построим вольтамперные характеристики диода, определим по ним размеры областей режима насыщения, выберем на каждом графике две возможно большие удаленные друг от друга точки (почему?), соответст-

вущие этому режиму, и вычислим на основании формулы (19) и (20) заряд электрона.

6. Вычислим, на сколько процентов уменьшилась работа выхода из вольфрама при наиболее высокой напряженности поля, используемой в этой работе.

## 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Как из формулы (10) следует выражение (11)?

2. Почему при значении  $\chi_m$ , соответствующем максимуму потенциального барьера, "сила зеркального отображения", действующая на электрон, равна силе, действующей со стороны внешнего электрического поля (см. формулу (12))?

3. На сколько процентов уменьшает работу выхода электрона из вольфрама электрическое поле напряженностью 100 В/см, 1000 В/см, 10 000 В/см?

4. Чем могут быть вызваны заметные флуктуации анодного тока в режиме насыщения?

## Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 144-165.
2. Шимони К. Физическая электроника. М., 1977, с. 316.
3. Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В. Эмиссионная электроника. М., 1966, с. 56.

## 5. ПРИМЕНЕНИЯ ТЕРМОЭМИССИИ И $p-n$ -ПЕРЕХОДА

### 5.1. ИССЛЕДОВАНИЕ ВАКУУМНЫХ И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ВЕНТИЛЕЙ

#### 1. Задание

Исследовать зависимость силы тока через вентили от величины и направления приложенного к ним напряжения.

## 2. Принадлежности

Кенотрон, укрепленный на панели, кремниевый диод, германиевый диод, два реостата, миллиамперметр, многопредельный миллиамперметр и вольтметр, источники питания и провода.

## 3. Ход работы

Вентилем называется элемент цепи, сопротивление которого существенно зависит от направления тока, и применяемый поэтому для выпрямления переменного тока. Имеется несколько типов вентилях. Наиболее распространенными являются вакуумные, газоразрядные и полупроводниковые вентили. Из последних наиболее известны германиевые и кремниевые. Селеновые и купровые вентили уже мало применяются.

Наиболее полно характеризует вентиль так называемая вольтамперная характеристика, показывающая зависимость между напряжением и током, проходящим через вентиль.

Для снятия вольтамперных характеристик можно пользоваться двумя схемами (рис. I).

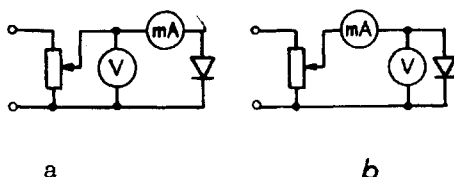


Рис. I.

Недостатком схемы а является то, что вольтметр измеряет напряжение не только на самом вентиле, но и на миллиамперметре. На схеме б миллиамперметр измеряет ток не только через вентиль, но и через вольтметр. Возникшую методическую погрешность следует оценить до сборки электрической цепи и выбрать такой вариант схемы, при использовании которого погрешность меньше.



Если обоими вариантами схемы невозможно добиться такого положения, при котором методическая ошибка по крайней мере на порядок меньше ошибки, обусловленной классом точности измерительных приборов, то следует, пользуясь схемой а, вычесть падение напряжения на миллиамперметре или, пользуясь схемой б, учитывать ток, проходящий через вольтметр. Внутреннее сопротивление и номинальный ток этих приборов можно найти из инструкций к эксплуатации.

1. При проведении опытов следует строго следить за выполнением следующих правил:

- Перед включением тока потенциометр должен всегда стоять в нулевом положении.
- При включении миллиамперметра установить такой диапазон измерений, который отвечал бы максимальному значению прямого тока для данного выпрямителя.
- Осторожно повышая напряжение, убедиться, что вентиль включен в нужном направлении! Лишь после этого можно включить подходящий диапазон миллиамперметра.
- При любых переключениях потенциометр должен быть в нулевом положении.

Так как проходящий через вентиль ток и напряжение, приложенное к нему, изменяются в широких пределах при перемене полярности вентиля, то целесообразно производить отдельно измерения прямого и обратного токов, т.е. снимать отдельно вольтамперные характеристики при прямом и обратном токе. Для нахождения каждой характеристики надо измерять силу тока по меньшей мере при десяти различных значениях напряжения. Напряжение и силу тока следует изменять от нуля до максимального значения, допускаемого для данного вентиля или допускаемого измерительным прибором. Полученные результаты измерений оформить в виде таблицы (см. ниже), где следует оставить место для вычисляемых величин.

2. Рекомендуется выполнять опыты в следующей последовательности:

- измерение прямого тока для германиевого диода;
- измерение прямого тока для кремниевого диода;
- измерение прямого тока для кенотрона;
- измерение обратного тока для кенотрона;

- измерение обратного тока для кремниевого диода;
- измерение обратного тока для германиевого диода.

Приступая к опытам, следует собрать схему, учитывая сделанные выше указания. Требуемое напряжение для измерений прямого тока снимается с выхода источника с низким напряжением, для обратного тока - от выхода с напряжением 200... 250 В.

При исследовании кенотрона следует собрать также цепь подогрева нити накала. Последовательно с нитью накала включают реостат и миллиамперметр. Полную схему для регистрации характеристик кенотрона следует занести в протокол. Нить накала питают от источника низкого напряжения током, величина которого указана в паспорте кенотрона. При включении нити накала реостат должен иметь максимальное сопротивление. Только после этого можно установить ток нужной величины.

#### 4. Обработка результатов

1. По полученным опытным данным построим графики; по горизонтальной оси отложим значения напряжения, а по вертикальной - значения силы тока. Характеристики обратного тока для всех трех вентилях изобразим на одном рисунке в одном масштабе, характеристики для прямого тока построим на этом же рисунке, но в различных масштабах, чтобы графики уместились полностью.

2. Второй задачей является вычисление интегральных сопротивлений  $R_{\text{инт}} = \frac{U}{I}$  и логарифмов этой величины во всех измеренных точках. Результаты занесем в таблицу. Построим графики, показывающие зависимость интегрального сопротивления от температуры. Графики построим для всех видов вентилях на одном и том же рисунке, отложив по горизонтальной оси значения напряжения (прямого - вправо, обратного - влево от начала координат), а по вертикальной - значения десятичных логарифмов сопротивления ( $\log R_{\text{инт}}$ ).

3. Вычислим по вольтамперным характеристикам дифференциальные сопротивления  $R_{\text{диф}} = \frac{dU}{dI}$  для всех экспериментальных точек графика; полученные значения нанесем на тот же рисунок, где изображены зависимости для сопротивления  $R_{\text{инт}}$ , в

виде графиков. Значения  $R_{\text{диф}}$  и логарифмы этих значений занесем в таблицу.

4. Определим коэффициент полезного действия исследованных вентилях для случая выпрямления прямоугольного переменного тока согласно приведенной ниже схеме (рис. 2, б).

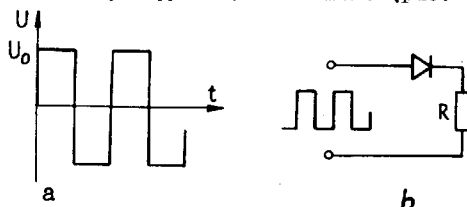


Рис. 2.

При вычислениях предполагаем, что амплитуда  $U_0$  выпрямляемого напряжения и амплитуда  $I_0$  тока имеют значения, приведенные в паспорте.

При определении КПД надо найти полезную работу  $A_1$ , совершенную в течение одного периода (она определяется мощностью, выделяемой на сопротивлении  $R$ ), и работу потерь  $A_2$ , определяемую мощностью, выделяемой в самом венти́ле. При этом падением напряжения на сопротивлении  $R$  при обратном токе можно пренебречь.

КПД выразится следующим образом:

$$\eta = \frac{A_1}{A_1 + A_2}.$$

Формулу для вычисления КПД вывести самим. Нужные для расчетов данные следует найти по характеристикам вентилях.

#### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Опишите принцип работы вакуумного диода.
2. Опишите принцип работы полупроводникового вентиля.
3. Что представляет из себя газотрон?
4. Приведите возможные принципиальные схемы двухполупериодного выпрямителя.
5. Какой вид имеют характеристики вентилях в координатах, где по оси абсцисс направо отложено напряжение при при-

мом включения вентиля, а налево — напряжение при обратном включении?

6. При вычислении интегрального сопротивления вентиля мы используем соотношение  $U = I R_{\text{инт}}$ . Выражает ли это соотношение в данном случае закон Ома? Сформулируйте закон Ома.

7. Как найти интегральное сопротивление  $R_{\text{инт}}$  некоторого участка электрической цепи, если известно сопротивление  $R_{\text{диф}}$  этого участка как функция силы тока  $R_{\text{диф}} = R_{\text{диф}}(I)$ ? Как решить эту же задачу, если известна функция  $R_{\text{инт}} = R_{\text{инт}}(U)$ ?

8. Как найти дифференциальное сопротивление цепи  $R_{\text{диф}}$ , если задана функция  $R_{\text{инт}} = R_{\text{инт}}(I)$  или функция  $R_{\text{инт}} = R_{\text{инт}}(U)$ ?

9. Почему вентиль выходит из строя, если к нему приложить обратное напряжение, большее допустимого? Если пропустить через него ток, превышающий максимальное допустимое значение? Провести анализ отдельно для каждого типа вентиля.

#### Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 144–165.

### 5.2. ИЗУЧЕНИЕ ВАКУУМНОГО ТРИОДА И ОЗНАКОМЛЕНИЕ С ПРИНЦИПОМ РАБОТЫ УСИЛИТЕЛЯ

#### 1. Задание

Ознакомиться с принципом работы вакуумного триода и усилителя на вакуумном триоде. Зарегистрировать нагрузочные прямые усилителя, работающего на триоде, при разных анодных нагрузках, определить характеристики усилителя.

#### 2. Принадлежности

Вакуумный (ламповый) триод и нагрузочные резисторы, миллиамперметр, два вольтметра, два реостата, источник напряжения, провода.

### 3. Теоретическое введение

Электронные лампы с сетками находят применение в усилителях электрических сигналов благодаря тому, что электрический сигнал (напряжение) малой мощности, поданный на так называемую управляющую сетку, способен вызвать значительные изменения силы тока и изменения напряжения в анодной цепи. Данная работа знакомит студента с односеточной вакуумной лампой или триодом, с ее свойствами, а также с принципом работы усилителя.

Устройство триода. Триод представляет собой трехэлектродную лампу. Оболочка лампы (баллон) изготавливается из стекла или металла. В баллоне, где создан вакуум порядка  $10^{-7}$  мм рт.ст. или выше, находятся электроды: анод, сетка и катод. Катод может непосредственно или косвенно подогреваться. На рис. I а изображено размещение электродов в триоде с косвенным накалом катода, на рис. I б - принятое на электрических схемах обозначение такого триода. Электроды с помощью вводов, проходящих через стенку баллона, соединены с цоколем лампы.

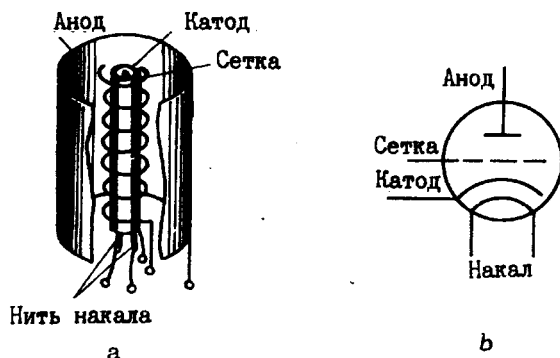


Рис. I.

Принцип работы вакуумного триода. Проницаемость. Работа вакуумного триода основана на термоэмиссии электронов и возможности регулировать электронный поток, выходящий из като-

да, с помощью межэлектродных электрических полей. Число электронов, вылетающих в единицу времени из катода, зависит от материала и температуры катода. При низком напряжении на аноде или при его отсутствии не все электроны, испускаемые катодом, попадают на анод. Вокруг катода образуется электронное облако, из которого часть электронов возвращается снова на катод. Это облако образует в прикатодной области пространственный заряд.

Рассмотрим роль сетки в триоде. На рис. 2 изображены эк-

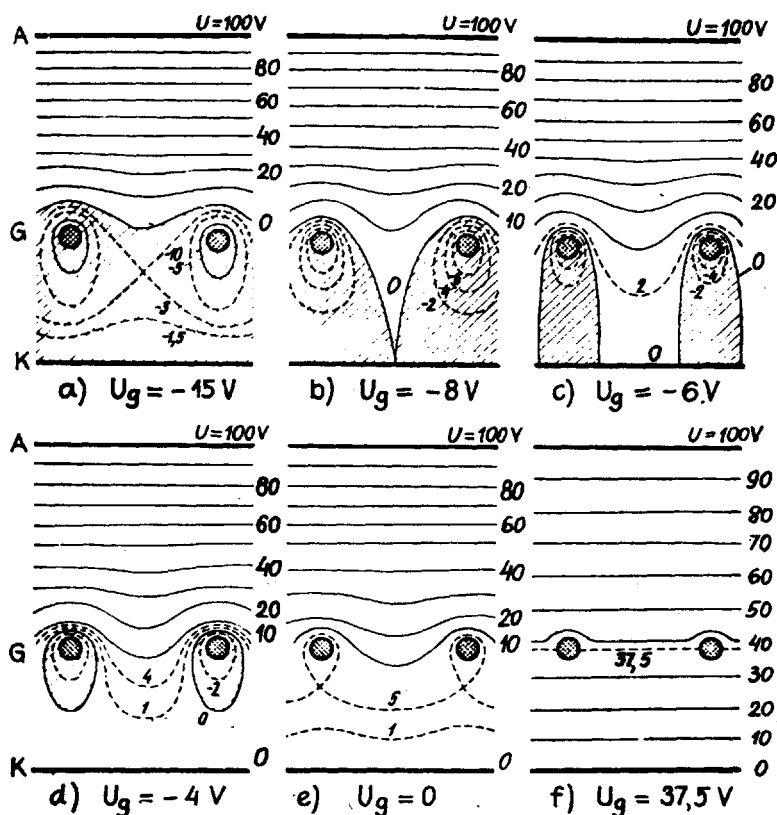


Рис. 2.

эквипотенциальные поверхности триода с плоскими электродами в холодном состоянии лампы, т.е. когда в межэлектродном пространстве электроны отсутствуют. Сетку  $G$  образуют стержни, которые параллельны аноду  $A$  и катоду  $K$ . Анодное напряжение  $U_a = 100$  В постоянно во всех случаях. Значения напряжения на сетке даны под соответствующим рисунком. Сплошными линиями изображено десять линий пересечения эквипотенциальных поверхностей с плоскостью рисунка, которые соответствуют девяти значениям напряжения 10, 20, 50...90 В. Пунктирные линии соответствуют промежуточным значениям потенциала. В областях, заштрихованных наклонными линиями, потенциал электрического поля ниже потенциала катода.

При достаточно отрицательном напряжении на сетке (под этим понимается на самом деле потенциал сетки относительно катода) между катодом и сеткой возникает задерживающее электрическое поле (рис. 2, а). Вылетающие из нагретого катода электроны не могут преодолеть возникшего поля и возвращаются на катод. В результате этого растет отрицательный пространственный заряд вблизи катода и задерживающее поле возрастает. В таких условиях электроны не достигают анода, анодный ток  $I_a = 0$  и говорят, что лампа заперта.

При увеличении сеточного напряжения в пространстве между сеткой и катодом возникают области ускоряющего поля, которые расширяются при увеличении сеточного напряжения (рис. 2, б - 2, е). Через триод начинает проходить анодный ток. В таком случае говорят, что лампа отпирается. При дальнейшем росте сеточного напряжения, а именно при превращении его в положительное (рис. 2, ф) часть электронов, вылетевших из катода, захватывается сеткой. Возникает сеточный ток  $I_g$ , образования которого в большинстве случаев избегают.

Чтобы сравнить влияние электрических полей, созданных анодом и сеткой, на отрицательный пространственный заряд вблизи катода, рассмотрим электрическое поле в пространстве между катодом и сеткой как созданное неким эквивалентным напряжением  $U_d$ , приложенным к сетке триода:

$$U_d = U_g + D U_a, \quad (I)$$

где  $U_g$  и  $U_a$  — соответственно напряжения на сетке и аноде,  $D$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от конструкции триода, называемый проникаемостью лампы. Проницаемость триода характеризует, насколько электрическое поле, образуемое анодом, проникает в пространство между сеткой и катодом и насколько влияние анодного напряжения на электрическое поле вблизи катода отличается от влияния сеточного напряжения. Меньшее влияние анодного напряжения объясняется тем, что, во-первых, сетка ближе расположена к катоду, чем анод и, во-вторых, экранирующим действием сетки. Степень экранизации существенно зависит от конструкции сетки. Чем плотнее сетка, тем меньше силовых линий электрического поля проходит через сетку к аноду и тем меньше  $D$ .

Использование эквивалентного напряжения  $U_d$  позволяет рассматривать триод как диод, анод которого расположен на сетке. Следовательно, можно и полный ток триода  $I_k = I_a + I_g$  вычислить по закону "трех вторых" (см. работу 4.2). Поскольку полный ток исходит из катода, то его называют обычно катодным током:

$$I_k = G U_d^{3/2} = G (U_g + D U_a)^{3/2}, \quad (2)$$

где  $G$  — постоянная, зависящая от конструкции лампы.

Исходя из закона "трех вторых", можно дать проникаемости триода точный физический смысл. Продифференцируем для этого выражение (2):

$$dI_k = \frac{3}{2} G U_d^{1/2} (dU_g + D dU_a). \quad (3)$$

Как видно из выражения (3), силу катодного тока можно изменять варьированием как сеточного напряжения  $U_g$ , так и анодного напряжения  $U_a$ . Уменьшая абсолютное значение отрицательного сеточного напряжения на величину  $dU_g$ , получают известное приращение катодного тока, которое можно компенсировать уменьшением анодного напряжения, так что в конечном счете катодный ток остается неизменным. В самом деле, если в формуле (3)  $dI_k = 0$ , то и  $dU_g + D dU_a = 0$ , откуда



$$\Phi = - \frac{dU_g}{dU_a} \Big|_{I_k = \text{const}}. \quad (4)$$

Формула (4) ясно отражает физический смысл проницаемости диода, показывая относительное влияние приращения сеточного и анодного напряжений на силу катодного тока. Знак минус означает, что для компенсации приращения катодного тока приращение сеточного напряжения должно быть по знаку противоположно приращению анодного напряжения.

Статические параметры триода. С помощью статических параметров лампы можно оценить влияние приложенных к электродам напряжений на силу анодного тока.

Как было выше выяснено, анодный ток есть функция двух переменных, т.е. функция анодного и сеточного напряжений:

$$I_a = f(U_g, U_a).$$

Дифференцируя это выражение, получим

$$dI_a = \frac{\partial I_a}{\partial U_g} dU_g + \frac{\partial I_a}{\partial U_a} dU_a. \quad (5)$$

Рассмотрим последовательно влияние различных напряжений на силу анодного тока, предполагая, что одно из напряжений остается при этом неизменным.

Пусть вначале анодное напряжение  $U_a = \text{const}$ . Из формулы (5) следует, что

$$dI_a = \frac{\partial I_a}{\partial U_g} dU_g.$$

Содержащаяся в этой формуле частную производную называют крутизной  $S$ :

$$S = \frac{\partial I_a}{\partial U_g} \Big|_{U_a = \text{const}}. \quad (6)$$

Крутизну лампы выражают обычно в миллиамперах на вольт.

Если сеточное напряжение  $U_g = \text{const}$ , то из формулы (5) следует

$$dI_a = \frac{\partial I_a}{\partial U_a} dU_a.$$

Величину, обратную частной производной  $\frac{\partial I_a}{\partial U_a}$  называют внутренним или дифференциальным сопротивлением лампы

$$R_i = \frac{\partial U_a}{\partial I_a} \Big|_{U_g = \text{const}}. \quad (7)$$

Крутизна и внутреннее сопротивление лампы отражают соответственно влияние приращений сеточного и анодного напряжений на изменение анодного тока.

Как мы ранее убедились, влияние приращения сеточного напряжения на силу анодного тока сильнее, чем влияние приращения анодного напряжения. Чтобы сравнить эти два влияния, используют статический коэффициент усиления  $\mu$ .

$$\mu = - \frac{dU_a}{dU_g} \Big|_{I_a = \text{const}}. \quad (8)$$

Требование постоянства значения анодного тока вытекает из того, что при определении коэффициента усиления необходимо изменение анодного тока, вызванное изменением  $dU_g$  сеточного напряжения, компенсировать изменением  $dU_a$  анодного напряжения таким образом, чтобы анодный ток оставался неизменным.

Крутизна, внутреннее сопротивление и статический коэффициент усиления лампы характеризуют влияние напряжений, приложенных к электродам, на силу анодного тока. Проницаемость лампы, как мы выяснили раньше, характеризует влияние напряжений, приложенных к электродам, на катодный ток  $I_k = I_a + I_g$ . Если сеточный ток отсутствует или пренебрежимо мал, как это бывает в большинстве случаев, то  $I_a = I_k$  и на основании (4) и (8) можно написать

$$\mu = \frac{1}{\mathcal{D}} \Big|_{J_a = \text{const}} \quad (9)$$

Если заменить частные производные в выражении (5) введенными обозначениями  $\mathcal{S}$  и  $R_i$ , получим

$$dJ_a = \mathcal{S} dU_g + \frac{1}{R_i} dU_a. \quad (10)$$

При условии  $J_a = \text{const}$  из формулы (10) следует

$$\mathcal{S} R_i = \mu. \quad (11)$$

Формулу (11) называют уравнением внутренних параметров лампы. Учитывая выражение (9), можно придать уравнению (11) другой вид

$$\mathcal{S} R_i \mathcal{D} = 1 \Big|_{J_g = 0}.$$

Обе формулы позволяют найти при двух известных параметрах неизвестный третий параметр триода.

Сеточные и анодные характеристики. Поскольку зависимость силы анодного тока реального триода от двух независимых аргументов — сеточного напряжения и анодного напряжения — представляет собой сложную нелинейную функцию, то аналитическое выражение этой функции не находит практического применения. Зависимость анодного тока от указанных напряжений для каждого типа лампы представляется графически в виде семейства характеристик.

Сеточная характеристика триода представляет собой зависимость анодного тока от сеточного напряжения при каком-либо постоянном значении анодного напряжения. Обычно приводят графики зависимости  $J_a = f(U_g)$  при нескольких различных анодных напряжениях, как в примере, приведенном на рис. 3. Анодная характеристика выражает зависимость анодного тока от анодного напряжения при каком-либо постоянном сеточном напряжении. Анодные характеристики, соответствующие ряду сеточных напряжений, образуют семейство, которое можно исполь-

зовать при проектировании усилителей и анализе работы лампы.

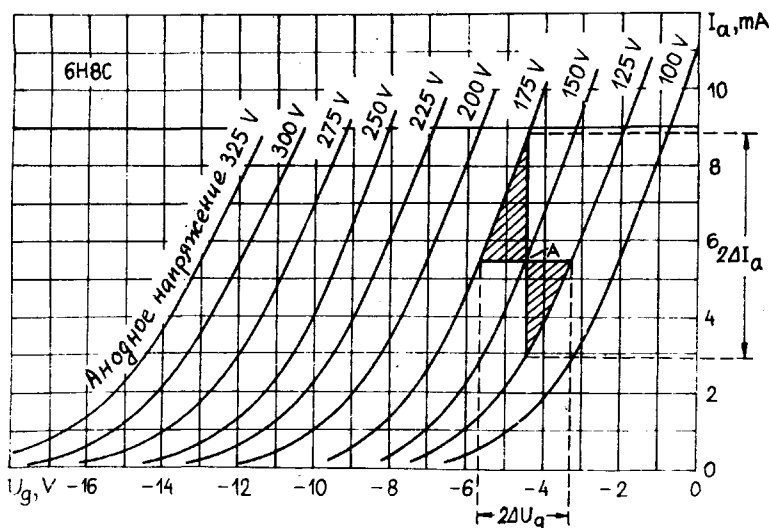


Рис. 3.

Определение статических параметров лампы по сеточным и анодным характеристикам. В паспорте триода или в справочниках приводятся статические параметры для номинального режима работы, т.е. в определенной точке характеристики. Однако часто возникает необходимость определения этих параметров в других точках характеристики.

Все статические параметры триода могут быть определены по семействам как сеточных, так и анодных характеристик. Для этого в формулах (6), (7) и (8) дифференциальные величины заменяют конечными малыми приращениями:

$$S = \left. \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g} \right|_{U_a = \text{const}}, R_i = \left. \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} \right|_{U_g = \text{const}}, \mu = \left. \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g} \right|_{I_a = \text{const}}.$$

Для нахождения приращений  $\Delta I_a$ ,  $\Delta U_g$  и  $\Delta U_a$  в нужной точке характеристики пользуются методом треугольников. Пусть будет необходимо найти статические параметры триода в точке А на сеточных характеристиках, приведенных на рис. 3. Для этого через точку А проводим горизонтальную прямую ( $I_a = \text{const}$ ) до пересечения с обеими лежащими рядом характеристиками. Аналогично проводится вертикальная прямая ( $U_g = \text{const}$ ). Постоянство третьей величины (в данном случае  $U_a = \text{const}$ ) обеспечивает сама характеристика. Таким образом, получают два треугольника с общей вершиной, по сторонам которых находят приращения  $\Delta I_a$ ,  $\Delta U_g$  и  $\Delta U_a$ . По этим величинам вычисляют средние значения статических параметров триода в точке А.

Если дано только две характеристики, находят параметры триода по одному треугольнику.

Принцип работы лампового усилителя на триоде. Электрические сигналы — напряжения или токи часто бывает необходимо усиливать для их целенаправленного использования, например, для получения звука, для проведения электрических измерений, для запуска силовых установок, в радиосвязи и т.д. Объект, на который воздействует выходной сигнал усилителя, называют нагрузкой. Рассмотрим принцип работы однолампового усилителя с активной нагрузкой (рис. 4).

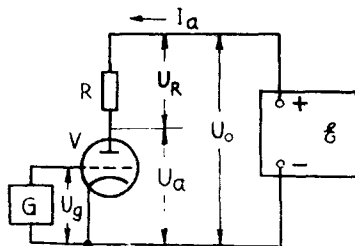


Рис. 4.

Нагрузка  $R$  включается последовательно с электронной лампой  $V$  и источником питания  $E$ . К входным клеммам, которые связаны с сеткой и катодом, подключается источник сигнала  $G$ . Если напряжение сигнала в какой-либо момент времени

настолько отрицательно, что лампа полностью заперта ( $I_a = 0$ ), то на нагрузке  $R$  не возникает падения напряжения и не выделяется мощность. Если при изменении сигнала потенциал сетки стремится к потенциалу катода, то лампа начинает проводить ток, что сопровождается падением напряжения  $U_R = I_a R$  на нагрузке. На нагрузке выделяется одновременно мощность  $P = I_a^2 R$ .

По рисунку (4) можно заключить, что при любом сеточном напряжении  $U_g$  справедливо соотношение

$$U_a + I_a R = U_0,$$

где  $U_0$  — напряжение на клеммах источника питания.

Из последней формулы можно выразить

$$I_a = \frac{U_0}{R} - \frac{U_a}{R}. \quad (12)$$

Формула (12) показывает, что при неизменном значении  $U_0$  зависимость между анодным током и анодным напряжением линейна, т.е., если прикладывать к сетке различные напряжения от нуля до некоторого запирающего значения и измерять соответствующие анодные токи, а также анодные напряжения, то графиком функции  $I_a = f(U_a)$  будет прямая с наклоном  $-\frac{1}{R}$ . Эту прямую называют нагрузочной прямой, причем угол наклона определяется сопротивлением  $R$  нагрузки.

Из эксперимента следует, что одинаковым изменениям сеточного напряжения не соответствуют одинаковые изменения напряжений на нагрузке. В области больших и малых анодных токов эти изменения могут сильно отличаться. В этом проявляется нелинейность усилительных свойств лампы и зависимость их от начальных значений анодного тока и напряжения, выбранных для работы лампы.

Под коэффициентом  $K$  усиления напряжения усилителя понимают отношение приращения напряжения на нагрузке к приращению напряжения на сетке

$$K = \frac{\Delta U_R}{\Delta U_g}. \quad (13)$$

Так как  $\Delta U_g = -\Delta U_a$ , то  $K = -\frac{\Delta U_a}{\Delta U_g}$ . Знак минус означает, что при увеличении сеточного напряжения на  $\Delta U_g$  анодное напряжение уменьшается на  $\Delta U_a$ .  $\Delta U_a$  является приращением выходного напряжения,  $\Delta U_g$  - соответствующим приращением входного напряжения. Поэтому приведенному выше определению будет равносильно следующее: коэффициент усиления напряжения есть отношение приращения выходного напряжения к приращению входного напряжения.

Точнее определяют коэффициент усиления напряжения через отношение дифференциальных приращений соответствующих напряжений:

$$K = \frac{dU_R}{dU_g} = -\frac{dU_a}{dU_g}. \quad (I4)$$

Коэффициент усиления по напряжению может быть выражен через статические параметры лампы и сопротивление нагрузки. Из выражения  $dU_g = R dI_a = -dU_a$  следует, что  $dI_a = -\frac{dU_a}{R}$ . Подставив это в уравнение (I0), получим

$$-\frac{dU_a}{R} = S dU_g + \frac{1}{R_i} dU_a,$$

откуда

$$-\frac{dU_a}{dU_g} = \frac{\mu R}{R_i + R}.$$

На основании (I4) это и есть выражение для коэффициента усиления напряжения

$$K = \frac{\mu R}{R_i + R}. \quad (I5)$$

Часто усиления, создаваемого одной лампой, недостаточно. Тогда используют многоступенчатый усилитель, полное усиление которого

$$K = K_1 K_2 K_3 \dots K_n.$$

где  $K_1, K_2, K_3, \dots K_n$  - соответственно коэффициенты усиления первого, второго и т.д. каскадов. Нагрузкой последнего

каскада служит объект, для которого предназначается усиливаемый сигнал.

#### 4. Ход работы

##### Определение анодных характеристик триода

1. Для выполнения работы соберем электрическую цепь согласно рис. 5. В качестве источника напряжения служит комбинированный источник питания, регулируемые напряжения которого "0-75 В" и "0-300 В" используют соответственно для питания сеточной и анодной цепей, напряжение "6,3 В" используется в цепи накала. Для плавной регулировки сеточного и анодного напряжений в случае необходимости можно использовать высокоомные реостаты в потенциометрическом включении в цепь (покажите на рис. 5, как включаются реостаты). Переключатель К позволяет изменять полярность напряжения на сетке, т.е. устанавливать ее потенциал положительным или отрицательным относительно катода.

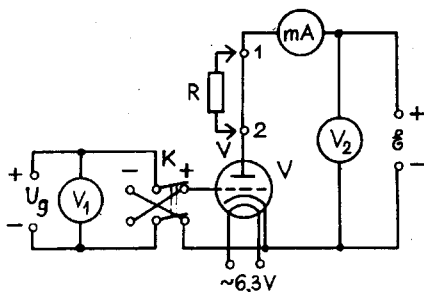


Рис. 5.

2. До включения источника питания следует повернуть регуляторы сеточного и анодного напряжений в крайнее левое положение. Определим экспериментально зависимости анодного тока от анодного напряжения для трех напряжений на сетке триода. Номинальное значение сеточного напряжения приводится в паспорте (для триода 6Н8С от -6 до -2 В). Выбранные в дан-



ной работе максимальное и минимальное значения напряжения должны удовлетворять условию

$$U_{d\max} - U_{d\min} = U_{d\max} - U_{d\min}.$$

3. В ходе измерений следует помнить, что силу анодного тока нельзя увеличивать безгранично. Слишком большая сила тока может испортить оксидный слой катода и поднять температуру анода выше разрешаемой. Это сопровождается выделением газов, адсорбированных на поверхности анода, и приводит к ухудшению вакуума в баллоне лампы. Все перечисленные факторы укорачивают время жизни лампы.

Для каждой конкретной лампы максимальные значения мощности, которые могут выделяться на аноде, и номинальные значения катодного тока приводятся в паспорте (для триода 6Н8С соответственно 5,5 Вт и 40 мА). Если учесть, что в большинстве случаев  $I_k \approx I_a$  и выделяемая на аноде мощность  $P_a = I_a U_a$ , то сила анодного тока должна всегда удовлетворять двум условиям

$$I_a \leq I_{k\max},$$

$$I_a \leq I_{a\max} = \frac{P_{a\max}}{U_a}. \quad (16)$$

При подготовке к работе нужно сконструировать в координатах  $I_a - U_a$  графики функций  $I_{k\max} = \text{const}$  и  $I_{a\max} = P_{a\max}/U_a$  и далее в работе строго следить, чтобы сила анодных токов не превышала допустимых значений.

4. При измерении анодных токов снимем отсчеты с приборов через каждое 10 вольт в случае слабых анодных токов, потом увеличим интервалы до 20 вольт. Измерения при каждом напряжении на сетке выполним до допустимых напряжений на аноде (см. условия (16)). На всех измерительных приборах используем такие пределы измерений, которые обеспечивают наименьшую погрешность. Результаты измерений занесем в таблицу I.

На основании полученных данных построим семейство анодных характеристик (размер листа по крайней мере 200 x 280 мм<sup>2</sup>).

Таблица I

$U_a$ (В)	$I_a$ (мА)		
	$I_{a\min} = \dots$	$I_{a\max} = \dots$	$I_{a\max} = \dots$
0			
10			
.			
.			
.			

### Определение характеристик усилителя

1. Для определения характеристик усилителя используем прежнюю схему, но теперь включим между клеммами 1 и 2 анодной цепи (см. рис. 5) вместо закорачивающего провода нагрузочное сопротивление  $R$ . Экспериментально будем находить зависимость анодного тока от сеточного напряжения при двух разных сопротивлениях нагрузки. Эти значения рекомендует преподаватель. Выполняющий работу самостоятельно выбирает напряжение  $U_0$  на аноде в промежутке, указанном в паспорте (для триода 6Н8С в области 200–300 В).

2. Изменяя напряжение сетки на несколько вольт в интервале, указанном в паспорте (в случае триода 6Н8С по 2 В от 2 В до  $-I_4$  В), регистрируем соответствующие значения анодного тока.

В течение всего времени измерений нужно следить за постоянством первоначально выбранного значения напряжения  $U_0$  на аноде, при необходимости следует его подрегулировать. На основании результатов измерения вычислим падение напряжения на сопротивлении  $R$ , анодное напряжение  $U_a$  и коэффициент усиления напряжения  $K$ . Все данные измерений и вычислений поместим в таблицу 2.

3. На основании полученных данных построим нагрузочные прямые для обоих сопротивлений нагрузки  $R_1$  и  $R_2$  на том же листе, где уже построены анодные характеристики в первой части работы. Зависимости  $U_a = f(U_g)$  и  $K = f(U_g)$  представим графически.

Таблица 2

$U_g(B)$	$R_1 = \dots \text{кОм}$				$R_2 = \dots \text{кОм}$			
	$I_a(мА)$	$U_{R_1}(В)$	$U_a(В)$	$K_1$	$I_a(мА)$	$U_{R_2}(В)$	$U_a(В)$	$K_2$
+ 2								
0								
- 2								
- 4								
.								
.								
.								

### Обработка и анализ результатов измерения

1. На основании полученных анодных характеристик определим статистические параметры триода по крайней мере в 6 точках, причем две точки должны соответствовать возможно малым анодным токам, оставшиеся четыре точки пусть будут точки пересечения характеристик с нагрузочными прямыми.

2. Проверим справедливость уравнения внутренних параметров лампы для всех шести точек.

3. На основании статистических параметров вычислим по формуле (15) коэффициенты усиления напряжения и сравним их со значениями, занесенными в таблицу 2.

4. Продолжим нагрузочные прямые до пересечения с осью координат, по которой отложена сила тока. Проверим, происходит ли пересечение в точках  $U_0/R_1$  и  $U_0/R_2$ .

5. Найдем на графиках зависимостей  $U_R = f(U_g)$  и  $K = f(U_g)$  возможный промежуток изменения входного напряжения, в котором искажения сигнала при его усилении не превосходят 20% (10%, 5%), т.е. выполняется пропорциональность между величинами  $\Delta U_R$  и  $\Delta U_g$  с указанной точностью в процентах.

6. Какое синусоидальное напряжение может быть усилено исследованным усилителем более или менее без искажений (< 5%)?

7. График функции  $K = \varphi(u_g)$  должен совпадать с графиком производной функции  $u_R = \varphi'(u_g)$  (почему?). Убедимся в этом путем сравнения этих графиков.

### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Почему большинство ламп имеет катод с косвенным накалом?

2. Почему вакуум в лампе должен быть  $10^{-7}$  мм рт.ст. или выше?

3. Как зависит сила тока насыщения в электронной лампе от температуры катода?

4. Почему запирается триод с открытой (т.е. не подключенной к схеме) сеткой?

5. Может ли быть использован и каким образом триод для выпрямления переменного тока?

6. Каково происхождение понятия "крутизна" лампы?

7. Чем отличается внутреннее сопротивление лампы  $R_i$  от сопротивления  $R_c = u_a / i_a$ ?

8. Почему изменяются значения статических параметров триода в зависимости от точки их определения на характеристиках?

9. Почему обычно избегают возникновения сеточного тока?

10. Можно ли на основании семейства сеточных характеристик триода сконструировать семейство анодных характеристик и наоборот?

11. Сконструируйте на основании семейства сеточных характеристик триода, приведенных на рис. 3, семейство анодных характеристик.

12. Определите статические параметры триода в точке А по сеточным характеристикам триода, приведенным на рис. 3.

13. Вычислите крутизну триода, если при увеличении анодного напряжения от 200 В до 300 В при постоянном сеточном напряжении анодный ток увеличивается с 14,8 мА до 29,2 мА. Коэффициент усиления 25.

14. Соответствующие электроды двух одинаковых триодов соединены параллельно. Найдите крутизну полученного двойного триода, внутреннее сопротивление и коэффициент усиления, ес-

ли крутизна и внутреннее сопротивление каждого триода составляли соответственно 2,25 мА/В и 6,4 кОм.

15. На рис. 3 приведены сеточные характеристики одного из триодов двойного триода 7Н8С. Найдите статические параметры для линейных участков характеристик двойного триода, если соответствующие электроды триодов соединены между собой.

16. Суммарная крутизна двойного триода составляет 3,2 мА/В и коэффициент усиления 35. Найдите статические параметры каждого из триодов.

17. Если крутизна и внутреннее сопротивление триода даны, то какое максимальное усиление напряжения можно получить с помощью этой лампы (хотя бы теоретически)?

18. Чем определяется наклон нагрузочной прямой? Как располагается нагрузочная прямая лампы с закороченной анодной нагрузкой?

### Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 144-165.
2. Батушев В.А. Электронные приборы. М., 1969, с. 9-100.
3. Дулин В.Н. Электронные приборы. М., 1977, с. 5-72.
4. Кацельсон Б.В., Ларионов А.С. Отечественные приемно-усилительные лампы и их зарубежные аналоги. М., 1968, с. 215-216.

## 6. ИСТОЧНИК ТОКА. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ И ЖИДКОСТЯХ

### 6.1. ИССЛЕДОВАНИЕ ИСТОЧНИКА ТОКА

#### 1. Задание

Изучить зависимости полезной мощности и коэффициента полезного действия источника тока от величины силы тока.

#### 2. Принадлежности

Два аккумулятора, вольтметр, амперметр, три реостата, ключи, провода.

### 3. Введение

Полная мощность тока в замкнутой цепи определяется выражением

$$P = I\mathcal{E}, \quad (1)$$

где  $\mathcal{E}$  - электродвижущая сила источника тока,  
 $I$  - сила тока в цепи.

Мощность во внешней цепи - полезная мощность - определяется формулой

$$P_1 = IU, \quad (2)$$

где  $U$  - падение напряжения во внешней цепи.

Часть мощности, которую можно использовать, характеризует коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{IU}{I\mathcal{E}} = \frac{U}{\mathcal{E}} \quad (3)$$

или

$$\eta = \frac{\mathcal{E} - I_z}{\mathcal{E}} = \frac{IR}{I(R+z)} = \frac{R}{R+z}, \quad (3')$$

где  $R$  - сопротивление внешней цепи,  $z$  - внутреннее сопротивление источника тока.

Из полученной формулы видно, что при уменьшении силы тока, т.е. при увеличении внешнего сопротивления коэффициент полезного действия стремится к единице; мощность, выделяющаяся во внешней цепи, при этом стремится к нулю. При определенном соотношении между внешним и внутренним сопротивлениями полезная мощность максимальна.

Для изучения зависимости коэффициента полезного действия и мощности аккумулятора от силы тока используется цепь на рис. 1. Реостат  $\mathcal{Z}'$  служит для искусственного увеличения внутреннего сопротивления аккумулятора, чтобы предохранить

его от перегрузки.

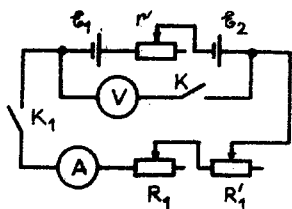


Рис. I.

#### 4. Ход работы

Соберем цепь согласно схеме на рис. I. После проверки цепи преподавателем введем полностью реостат  $z'$  в цепь, сопротивления  $R_1$  и  $R_1'$  установим равными нулю. Замкнем ключи  $K$  и  $K_1$  и, изменяя величину  $z'$ , установим в цепи силу тока, равную силе тока, указанной преподавателем. В течение дальнейших опытов положение подвижного контакта реостата  $z'$  оставляем неизменным. Измерим силу тока и напряжение. Изменением сопротивлений  $R_1$  и  $R_1'$  уменьшим силу тока, регистрируя показания вольт- и амперметра через одинаковые интервалы тока. Всего произведем 10–15 измерений, начиная с указанного выше максимального значения тока до минимального. Разомкнув ключ  $K_1$  зафиксируем показание вольтметра, которое в данном случае соответствует приблизительно электродвижущей силе источника тока. (Как найти точное значение электродвижущей силы источника?)

2. Для каждого значения силы тока вычислим полезную мощность, коэффициент полезного действия, внешнее сопротивление цепи, внутреннее сопротивление и отношение последних. Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу. Построим графики функций  $P_1(z)$  и  $\eta(z)$ , а также  $P_1(R/z)$  и  $\eta(R/z)$ , помещая их попарно на отдельные координатные плоскости. По графикам определим максимальное значение полезной мощности, соответствующий коэффициент полезного действия источника тока, отношение сопротивления внешней цепи и внутреннего сопротивления, значение тока короткого замыкания. Определим погрешность измерений.

## 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Что называют электродвижущей силой, что - падением напряжения?

2. Чем отличается электродвижущая сила источника тока от показания вольтметра, подключенного к клеммам источника?

3. Что называют полезной мощностью аккумулятора и коэффициентом полезного действия? Почему при уменьшении силы тока в цепи разность потенциалов на клеммах батареи растет?

4. Как изменяются полезная мощность и коэффициент полезного действия в зависимости от внешнего напряжения?

5. При каких условиях коэффициент полезного действия максимален, при каких минимален?

6. Найдите по графику зависимости  $P_A(I)$  внутреннее сопротивление аккумулятора.

7. Можно ли в данной работе использовать вольтметр, сопротивление которого недостаточно велико?

8. Почему в схеме цепи на рис. I используют два последовательно включенных реостата  $R_1$  и  $R_1'$ ?

9. Найдите, при каком внешнем сопротивлении полезная мощность максимальна.

Указание: используя закон Ома для замкнутой цепи, исключите из формулы полезной мощности  $P_A = I^2 R$  силу тока и найдите условия экстремума функции.

10. Найдите максимальную полезную мощность, выразив ее через электродвижущую силу  $\mathcal{E}$  и внутреннее сопротивление  $r$ . Вычислите, во сколько раз максимальная полезная мощность меньше мощности короткого замыкания ( $R = 0$ ).

11. Найдите, чему равен коэффициент полезного действия в случае максимальной мощности.

## Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. I, § 31-38.
2. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 53-63.



## 6.2. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ФАРАДЕЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОЛИЗА

### I. Задание

Ознакомиться с законами Фарадея для электролиза, определить электрохимический эквивалент водорода, число Фарадея и величину элементарного заряда.

### 2. Принадлежности

Амперметр, реостат, газовый вольтметр, секундомер, про- вода.

### 3. Теоретическое введение

Пусть заряд иона будет  $Ze$ , где  $e$  - заряд электрона,  $Z$  - валентность иона, т.е. число электронов, присоединившихся к атому или отданных атомом при диссоциации. Если при электролизе через раствор протекает  $n$  ионов, то заряд, отданный электродам,

$$q = nZe.$$

Выделившаяся на электродах масса вещества

$$M = nm,$$

где  $m$  - масса одного иона. Следовательно,

$$M = \frac{m}{Ze} q.$$

Известно, что в моле любого вещества содержится одинаковое число атомов

$$N = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ (число Авогадро).}$$

Масса одного иона (без учета массы отделившихся электронов)

$$m = \frac{A}{N}$$

и, следовательно, масса выделившегося вещества

$$M = \frac{A}{Nze} q. \quad (I)$$

Величина

$$\frac{A}{Nze} = k \quad (2)$$

есть постоянная, характеризующая данное вещество. Ее называют электрохимическим эквивалентом вещества.

Таким образом, масса вещества  $M$ , выделившегося на электроде, прямо пропорциональна количеству электричества  $q$ , прошедшего через электролит (первый закон Фарадея).

Количество электричества, прошедшего через электролит, можно найти, определяя силу тока  $I$  и время  $\tau$  протекания тока:  $q = I\tau$ . Таким образом, электрохимический эквивалент можно вычислить по формуле

$$k = \frac{M}{I\tau}. \quad (3)$$

Из формулы (I):

$$\frac{A}{z} = Nek. \quad (4)$$

Величину  $\frac{A}{z}$  называют химическим эквивалентом вещества — численно он равен массе вещества в граммах, которое в химических соединениях замещает 1,0080 г водорода.  $\frac{A}{z}$  граммов вещества представляют собой грамм-эквивалент данного вещества.

Из формулы (4) следует, что химические эквиваленты веществ пропорциональны их электрохимическим эквивалентам (второй закон Фарадея).

Константу  $Ne = F$  называют числом Фарадея. Формулу (I) можно записать в виде:

$$M = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{z} q. \quad (5)$$

Следовательно, для выделения на электроде количества вещества, равного грамм-эквиваленту, т.е.  $M_1 = \frac{A}{Z}$  необходимо, чтобы через электролит прошел заряд  $q = F$ .

Заряд одновалентного иона равен заряду электрона, вследствие чего для определения величины элементарного заряда надо найти отношение

$$\frac{F}{N} = e.$$

#### 4. Ход работы

Произведем электролиз водного раствора серной кислоты. Выделяющиеся при электролизе газы — водород и кислород — соберем в газовый вольтметр. Газовый вольтметр (рис. I) состоит из бюретки В с введенными в нее электродами и стеклянной трубки Т, в верхней части которой находится резервуар, через который вольтметр заполняется водным раствором серной кислоты.

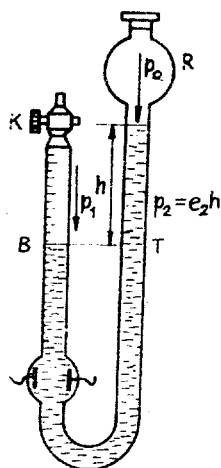


Рис. I

После наполнения прибора водным раствором серной кислоты откроем кран К, чтобы полностью выпустить воздух из него, после чего кран закроем. Прибор будет готов к работе.

При включении тока на электродах выделяется кислород и водород, которые, собираясь в верхней части бюретки, вытеснят часть раствора из бюретки в стеклянную трубку и резервуар. По понижению уровня раствора в бюретке, снабженной шкалой, можно определить объем выделенного газа.

Газовый вольтметр  $G$  включим в цепь последовательно с реостатом и амперметром (рис. 2). С помощью реостата уста-

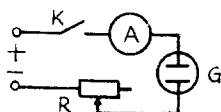


Рис. 2.

новим необходимую для проведения опыта силу тока в цепи (200–300 мА). Теперь будем прерывать ток и открывая кран, выпустим наружу собравшийся газ. Подготовка к измерениям на этом кончается. Одновременно с включением источника тока

включим секундомер. Измерим силу тока  $I$  в амперах. При некотором конкретном объеме выделившегося газа ( $\approx 20$  мл) выключим ток и остановим секундомер. Измерим объем  $V$  газа и температуру  $t$ . Линейкой измерим разность  $h$  (мм) уровней раствора в бюретке и стеклянной трубке, что необходимо для вычисления давления газа, собравшегося в бюретке. Зная объем газа, давление и температуру, можно вычислить массу водорода, выделившегося при электролизе\*.

Основываясь на объединенном газовом законе Бойля-Мариотта и Гей-Люссака, выразим объем выделившегося газа через нормальный объем  $V_0$  (при  $0^\circ\text{C}$  и 760 мм рт.ст.):

$$V_0 = \frac{V}{(I + 0,00366 t)} \cdot \frac{P}{760}, \quad (6)$$

где  $t$  — температура газа в градусах Цельсия,

$P$  — давление газа в мм рт.ст.,

$V$  — объем выделившегося газа в кубических сантиметрах.

Сумма давлений, давления  $P$ , выделившегося в вольтметре газа, и давления  $P_1$  насыщенных паров водного раствора серной кислоты в бюретке уравновешена суммой атмосферного давления  $P_0$  и давления  $P_2$ , обусловленного весом столба раствора высотой  $h$  (рис. 1). Отсюда:

$$P = P_0 + P_2 - P_1.$$

\* При выполнении опыта нужно иметь в виду, что смесь выделившихся при электролизе водорода и кислорода (гремучий газ) взрывоопасна, поэтому надо остерегаться приближения пламени или возникновения искры между контактами.

Поскольку плотность 10%-ного раствора серной кислоты можно считать в 12 раз меньше плотности ртути, то

$$p_2 = \frac{h}{12}.$$

где  $h$  измерено в миллиметрах.

Давление насыщенных паров 10%-го водного раствора серной кислоты найдем, отыскав давление насыщенных паров воды при данной температуре в таблице и умножив эту величину на эмпирический множитель 0,88.

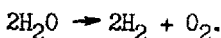
Таким образом,

$$p = p_0 + \frac{h}{12} - 0,88 p_I. \quad (7)$$

Зная плотность  $\rho_0 = 0,0899 \cdot 10^{-3}$  г·см<sup>-3</sup> водорода при нормальных условиях, можно записать первый закон Фарадея в виде:

$$k \gamma \tau = \frac{2}{3} V_0 \rho_0, \quad (8)$$

поскольку согласно закону Авогадро объем водорода составляет  $\frac{2}{3}$  от объема выделившегося гремучего газа:



Из уравнения (8) выразим электрохимический эквивалент водорода, пользуясь для вычисления нормального объема формулами (6) и (7):

$$k = \frac{\frac{2}{3} V (p_0 + \frac{h}{12} - 0,88 p_I) \rho_0}{760 (1 + 0,00366 t) \gamma \tau} \left( \frac{2}{K_A} \right)$$

Определив электрохимический эквивалент водорода, вычислим число Фарадея и затем величину элементарного заряда.

#### Приложение

Давление насыщенного пара воды  $p_I$

$t^{\circ}C$	$p_I$ (мм рт.ст.)	$t^{\circ}C$	$p_I$ (мм рт.ст.)
12	10,5	14	12,0
13	11,2	15	12,8

Продолжение приложения

$t^{\circ}\text{C}$	$p_I$ (мм рт.ст.)	$t^{\circ}\text{C}$	$p_I$ (мм рт.ст.)
16	13,6	21	18,6
17	14,5	22	19,8
18	15,5	23	21,1
19	16,5	24	22,4
20	17,5	25	23,8

5. Дополнительные вопросы и задания

1. Объяснить механизм проводимости проводников первого и второго рода.

2. Что называют диссоциацией молекул, а что - рекомбинацией ионов?

3. Что характеризует коэффициент диссоциации и от чего зависит его величина?

4. Что называют сольватацией ионов?

5. Что называют катионом и анионом?

6. Какие процессы при электролизе называют вторичными? Опишите имеющие место в данной работе.

7. В чем заключается физический смысл электрохимического эквивалента?

8. Что показывает число Фарадея?

9. Что нужно знать, чтобы вычислить число Фарадея и элементарный заряд по данным проведенного эксперимента?

10. Можно ли определить электрохимический эквивалент вещества, используя переменный ток?

11. Исходя из плотности водорода и кислорода, а также из их объемного соотношения в гремучем газе, вычислить плотность гремучего газа.

12. Что называют подвижностью иона?

Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 189-197.

## 6.3. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ВОЗДУХА

### I. Задание

Ознакомиться с электропроводностью газов и понятием аэроионов. Измерить полярные удельные проводимости воздуха в лабораторных условиях.

### 2. Принадлежности

Измеритель электропроводимости воздуха, ионизатор.

### 3. Теоретическое введение

Электропроводность газов. Хотя в обычных условиях газы и считают хорошими диэлектриками, можно тем не менее с помощью чувствительных методов обнаружить их электропроводимость. Ориентировочно электропроводимость газов в нормальных условиях в  $10^{22}$  раза меньше проводимости металлов.

В данной работе будем рассматривать электропроводность газов в столь слабых электрических полях, которые сами не влияют на электропроводимость. Для создания носителей заряда, а тем самым и проводимости необходим какой-либо внешний ионизатор, который способен превращать нейтральные молекулы в заряженные частицы — ионы. Обычно ионизация газа происходит в результате отделения от нейтральной молекулы одного или реже — нескольких электронов. Возникает положительный ион. Свободные электроны в нормальных условиях очень быстро (в течение менее 1 мкс) присоединяются к нейтральным молекулам, образуя отрицательные ионы.

По закону сохранения заряда число ионов противоположного заряда одинаково, т.е. разноименные ионы возникают парно.

Если ионы с противоположным зарядом в результате хаотического теплового движения сталкиваются, то они рекомбинируют, т.е. теряют заряды. Часть ионов может попадать и на час-

тицы пыли, стены помещения и на электроды. В совместных процессах возникновения и исчезновения ионов в постоянных условиях создаются концентрации положительных и отрицательных ионов  $n^+$  и  $n^-$ .

Плотность электрического тока в общем случае будет

$$j = n^+ e^+ u^+ + n^- e^- u^- \quad (1)$$

где  $e^+$  и  $e^-$  — заряды соответствующих носителей заряда,  $u^+$  и  $u^-$  — средние скорости дрейфа.

Установлено, что в нормальных условиях заряды газовых ионов практически одинаковы и равны элементарному заряду  $e$ .

В достаточно слабом электрическом поле скорость иона пропорциональна напряженности поля  $E$ . Можем записать

$$u^+ = k^+ E \quad \text{и} \quad u^- = k^- E, \quad (2)$$

где  $k^+$  и  $k^-$  — подвижности положительных и отрицательных ионов соответственно. Таким образом, плотность тока

$$j = (en^+k^+ + en^-k^-)E. \quad (3)$$

Формула (3) представляет собой закон Ома в дифференциальной форме:

$$j = \sigma E,$$

где удельная проводимость

$$\sigma = en^+k^+ + en^-k^- \quad (4)$$

состоит из суммы двух полярных удельных проводимостей:

$$\sigma^+ = en^+k^+ \quad \text{и} \quad \sigma^- = en^-k^-. \quad (5)$$



В слабых электрических полях удельная проводимость постоянна и закон Ома выполняется. Электрический ток в этих условиях называют током проводимости. При увеличении напряженности электрического поля все большее влияние оказывает удаление носителей заряда за счет электрического тока, электропроводность уменьшается и увеличение силы тока снижается. Устанавливается ток насыщения, не зависящий от напряженности электрического поля. В данной работе нас интересует в основном состояние, в котором проводимость постоянна, но необходимо рассмотреть и переход к режиму насыщения.

Электропроводность земной атмосферы. Электропроводность воздуха во многих случаях исследуют, исходя из геофизического аспекта. Установлено, что атмосфера Земли постоянно немного ионизирована, т.е. постоянно действует ионизирующий процесс. В близлежащем к поверхности Земли слое воздуха основными ионизирующими факторами являются излучение радиоактивных веществ в почве, излучение радиоактивных газов, поступающих в воздух из почвы, космическое излучение. В помещениях к этим факторам добавляется еще излучение радиоактивных веществ, содержащихся в стенах и оснащении помещения.

Удельная проводимость вблизи поверхности Земли составляет в среднем 20 фСм/м, полярные проводимости почти одинаковы, т.е. составляют примерно по 10 фСм/м. Удельная проводимость зависит от местных условий и не сохраняет постоянства во времени и пространстве. По мере удаления от поверхности Земли удельная проводимость быстро возрастает. Под влиянием наличия пыли или так называемых аэрозолей электропроводность воздуха снижается. Знание удельной проводимости в первую очередь и дает информацию об интенсивности ионизирующих факторов и концентрации аэрозоля.

В геофизике ионы, содержащиеся в воздухе в нормальных условиях, принято называть аэроионами. Измерения подвижностей аэроионов вблизи поверхности Земли в нормальных условиях дают средние значения  $k^+ = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  и  $k^- = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ . Подвижности ионов располагаются вокруг этих средних значений, причем максимальные значения их ориентировочно составляют  $k_{\text{max}}^+ \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  и  $k_{\text{max}}^- \approx 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ . У аэроионов, присоединившихся к частицам аэрозоля, т.н. тяже-

ных ионов подвижность значительно меньше (в  $10^2 \dots 10^4$  раз), и они вносят малый вклад в электропроводимость; в настоящей работе они не учитываются.

Измерение удельной проводимости воздуха (и концентрации аэроионов) аспирационным методом. Согласно общему принципу для измерения удельной проводимости воздуха было бы достаточно иметь простой конденсатор, между обкладками которого находится исследуемый воздух. Следовало бы измерить напряжение на обкладках и силу тока. Но для того, чтобы сила тока была по возможности большей, легче и надежнее измеряемой, воздух постоянно продувают или прокачивают между обкладками. В этом и заключается аспирационный метод, который используется и в данной работе. Чем больше скорость потока воздуха, тем более высокое напряжение можно приложить к обкладкам конденсатора без того, чтобы наступил режим насыщения. При более высоком напряжении и сила тока проводимости больше.

При не очень высокой концентрации ионов в аспирационном методе не нужно учитывать ионизации и рекомбинации ионов в измерительном конденсаторе. Можно считать, что носители заряда, которые вместе с воздухом поступают в конденсатор, движутся в нем только под действием потока воздуха и электрического поля.

Для конкретизации рассуждений рассмотрим измерительный конденсатор с плоскопараллельными обкладками (рис. I). Исследуемый воздух перемещается в направлении оси  $Y$  со скоростью  $v$ . К обкладкам приложено напряжение  $U$ . Пусть напря-

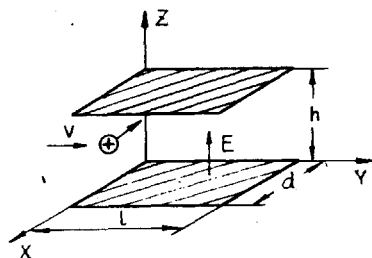


Рис. I.

женность электрического поля  $E = U/h$  будет направлена по оси  $z$ . Рассмотрим вначале только положительные ионы с концентрацией  $n^+$ . Под действием электрического поля они движутся в направлении оси  $z$  со скоростью  $k^+ E$ . Если скорость потока воздуха довольно велика, а напряженность электрического поля достаточно мала, так что не все ионы попадают на обкладки конденсатора, то действует режим тока проводимости и

$$j^+ = \sigma^+ E.$$

Сила тока

$$I^+ = j^+ l d = \sigma^+ \frac{C}{\epsilon_0} U, \quad (6)$$

где  $C$  — емкость конденсатора,  
 $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

Рассмотрим движение носителей заряда в конденсаторе детальнее. Положительные ионы входят в плоскость  $XZ$  измерительного конденсатора с различными координатами  $z$ . Попадает ли рассматриваемый ион в пространство между обкладками конденсатора или нет, зависит помимо зависимости от скорости  $v$  потока воздуха, напряженности  $E$  электрического поля, подвижности  $k$  иона, длины  $l$  обкладок и от начальной координаты  $z$ . Если имеются ионы, которые перемещаются между обкладками конденсатора, не попадая на них, то действует режим проводимости; если все ионы, влетающие в пространство между обкладками, попадают на обкладки — режим насыщения. Режим проводимости переходит в режим насыщения, если

$$\frac{v}{k^+ E} = \frac{l}{h}. \quad (7)$$

Умножая в левой части выражения (7) числитель и знаменатель на площадь сечения воздушного потока  $hd$ , получаем

$$\frac{v h d}{k^+ E h d} = \frac{l}{d}. \quad (8)$$

Учитывая, что  $vhd = \Phi$  объемная скорость или расход воздуха,  $\frac{ed}{h} = \frac{c}{\epsilon_0}$  и  $Eh = U$ , можно формулу (8) привести к виду:

$$k_0 = k^+ \quad (9)$$

где

$$k_0 = \frac{\Phi}{cU}. \quad (10)$$

Величину  $k_0$  называют граничной подвижностью измерительного конденсатора и она характеризует режим измерительного конденсатора:

$$\text{режим проводимости} \quad k_0 > k^+, \quad (11)$$

$$\text{режим насыщения} \quad k_0 < k^+. \quad (12)$$

В режиме насыщения все носители заряда попадают на обкладки конденсатора и сила тока уже не растет с увеличением напряжения. Сила тока насыщения, таким образом, определяется концентрацией ионов  $n^+$  и объемной скоростью  $\Phi$  воздушного потока, входящего в конденсатор:

$$I_k^+ = \Phi n^+. \quad (13)$$

Отсюда видно, что режим тока насыщения может быть использован для измерения концентрации ионов.

Все приведенные выше рассуждения справедливы и для отрицательных ионов. Только они движутся под действием электрического поля к противоположной обкладке. Вследствие этого можем написать

$$I^- = 5 - \frac{c}{\epsilon_0} U, \quad (6a)$$

$$I^- = \Phi n^-. \quad (13a)$$

В заключение объединим обе основные формулы для двух полярных случаев:

$$\text{режим проводимости} \quad k_0 > k^\pm, \quad (14)$$

$$\text{режим насыщения} \quad k_0 < k^\pm. \quad (15)$$

Полярная проводимость на основании формулы (6) будет

$$\sigma^\pm = \frac{e}{c} \cdot \frac{j^\pm}{n}. \quad (16)$$

Концентрация ионов на основании (13)

$$n^\pm = \frac{j_k^\pm}{\Phi}. \quad (17)$$

Единицы измерения в СИ:  $k$  и  $k_0$  ( $\frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$ ),  $\sigma$  ( $\frac{\text{См}}{\text{м}}$ ),  $n$  ( $\text{м}^{-3}$ ).

#### 4. Экспериментальная установка

Установка представляет собой встроенный в общий корпус измерительный прибор — измеритель проводимости воздуха. Эту же установку можно применить для оценки концентрации ионов с самой большой подвижностью.

Кроме измерительного конденсатора  $C$ , такой прибор должен иметь и источник постоянного напряжения  $U$ , измеритель  $A$  слабого тока и воздушный аспиратор (вентилятор)  $\Phi$ .

Принципиальная схема прибора приведена на рис. 2.

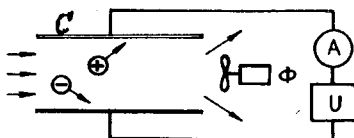


Рис. 2.

Изменяя полярность напряжения, можно изменять полярность ионов, которые будут двигаться к обкладке, соединенной с измерительным прибором  $A$ , только эти ионы вызывают стационарный ток через прибор  $A$  (доказать!).

Из некоторых технических соображений измерительные конденсаторы обычно делаются цилиндрическими, а иногда и плос-

копараллельными. Основные вычислительные формулы (I4...I7) справедливы в обоих случаях.

В данной установке измерительный конденсатор цилиндрический, внешняя обкладка - заземлена, а внутренняя соединена с прибором, измеряющим силу тока. Полярность напряжения, а вместе с тем и полярность ионов можно изменять специальным переключателем.

Более подробные данные о приборе приведены в его паспорте.

## 5. Ход работы

В измерителя проводимости воздуха используется высокое напряжение (до 2 кВ). Поэтому строго запрещается открывать прибор и трогать внутренние части измерительного конденсатора!

1. Ознакомимся с устройством прибора по его паспорту. Заземлим прибор. Переключатель напряжения переведем в нулевое положение, измеритель тока закоротим, аспиратор выключим. После получения разрешения у преподавателя включим прибор в сеть. Время прогрева 15 минут.

2. Проверим нуль измерителя тока. Для этого на измерителе тока включаем один за другим все более чувствительные диапазоны, выждав каждый раз установление нуля. Коррекцию нуля можно производить только на самом грубом диапазоне. Если показание прибора на самом чувствительном диапазоне не превышает  $1/4$  шкалы, то прибор исправен.

3. Переключатель измерителя тока установим в положение короткого замыкания и начнем определение вольтамперной характеристики. Для этого включим воздушный поток, переключатель напряжения установим на первый диапазон, подберем подходящий диапазон для измерения тока. В течение примерно двух минут следует наблюдать за показанием измерителя тока и потом записать среднее значение тока. Не имеет смысла ждать установления постоянного показания, поскольку электропроводность воздуха (содержание аэроионов) не постоянна. К тому же сам чувствительный прибор имеет шум. Далее закоротим с помощью кнопочного ключа измеритель тока и повысим напряжение до следующего значения, вновь измерим силу тока и т.д. Дойдя

до максимального значения напряжения, будем уменьшать напряжение ступенями, измеряя каждый раз силу тока. Достигнув нуля, изменим полярность и повторим измерения аналогично описанному выше для напряжения противоположного знака.

4. Перед входом в измерительный конденсатор поместим ионизатор и повторим измерения согласно пункту 3. С разрешения преподавателя можно взять меньшее число экспериментальных точек.

5. Все результаты измерений поместим в соответственно составленную таблицу. На основании измеренных данных построим вольтамперные характеристики (формат листа по меньшей мере 100 x 150 мм), проводя через экспериментальные точки гладкие кривые.

6. Найдем наклоны прямолинейных участков графиков и вычислим по ним полярные удельные проводимости. После этого вычислим суммарные удельные проводимости воздуха.

7. Найдем по графикам напряжения, при которых ясно видно, что крутизна уменьшается. На основании их найдем граничные подвижности  $K_0$  по формуле (10) для всех кривых. Полученные граничные подвижности характеризуют одновременно и максимальную подвижность аэроионов.

8. Силы тока, соответствующие максимальным напряжениям, будем условно считать токами насыщения  $J_K$  и оценим концентрацию аэроионов по формуле (17).

#### 6. Дополнительные вопросы и задания

1. Что называют силой тока?
2. Что называют плотностью тока?
3. Что называют газовым разрядом?
4. Имеем ли в данной работе дело с самостоятельным или несамостоятельным разрядом? Пояснить.
5. Что называют рекомбинацией ионов?
6. Что называют подвижностью ионов?
7. Выведите формулу (6).
8. Выведите формулу (7) и объясните ее значение?
9. Обоснуйте формулу (13) и объясните ее значение?
10. Считая, что естественная напряженность электрического

поля в нижнем слое атмосферы  $E = 130$  В/м, вычислите время, которое необходимо положительному аэриону на прохождение расстояния в 1 км.

11. В чем заключается ударная ионизация молекул?

12. Что выражает коэффициент Таунсенда  $\alpha$  ударной ионизации?

13. Постройте вольтамперную характеристику самостоятельного газового разряда в разрядном промежутке с однородным электрическим полем?

14. Постройте полную вольтамперную характеристику газового разряда, указав области несамостоятельного и самостоятельного разрядов.

#### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т.2, § 31-34, 80-87.

### 7. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРИБОР МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

#### 7.1. ИЗУЧЕНИЕ ГАЛЬВАНОМЕТРА

##### 1. Задание

Ознакомление с магнитоэлектрическим гальванометром как устройством для измерения слабых токов, малых напряжений и зарядов кратковременных импульсов тока. Определение основных параметров гальванометра.

##### 2. Принадлежности

Зеркальный гальванометр М-17 с осветительным устройством и шкалой, три магазина сопротивлений, реостат, сухой элемент, батарея конденсаторов, изучаемый конденсатор, клочки, провода.



### 3. Теоретическое введение

Конструкция зеркального гальванометра, принцип работы и другие характеристики. Гальванометры как приборы, обладающие высокой чувствительностью, используют для измерения слабых токов, малых напряжений и зарядов. Для измерения слабых постоянных токов чаще всего используют зеркальный гальванометр с подвижной катушкой. От обычного прибора магнитоэлектрической системы зеркальный гальванометр отличается тем, что подвижная катушка подвешена на тонкой металлической ленте или тонкой кварцевой нити. В связи с этим в гальванометре отсутствуют подшипники, трение в которых ставит предел увеличению чувствительности прибора. Вблизи катушки к ленте прикрепляется зеркальце, которое используют для определения угла поворота катушки — отсюда и название прибора. Назначение зеркала выясняется из рис. 1. Пучок световых лучей направляется от источника  $O$  на зеркальце  $P$ . Отразившись от него, пучок образует на шкале  $S$  световой зайчик, в центре которого имеется темный штрих. При повороте зеркала на угол  $\alpha$  штрих на шкале перемещается на  $m$  миллиметров. Если расстояние от шкалы до зеркала  $l$  м, то отсчет по гальванометру будет

$$m = l \operatorname{tg} 2\alpha,$$

т.е. отсчет  $m$  пропорционален тангенсу угла поворота. В случае малых углов поворота ( $3-5^\circ$ ) значение тангенса можно заменить значением угла, откуда

$$m = 2l\alpha. \quad (1)$$

В силу отсутствия стрелки и противовеса стрелки подвижная система гальванометра является особенно легкой, что позволяет использовать очень тонкую ленточку подвеса и таким образом повысить чувствительность прибора. Ток направляется в катушку по ленточке подвеса. Вторым проводом служит тонкая

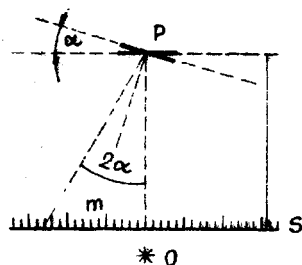


Рис. I.

золотая или серебряная ленточка, укрепляемая под катушкой, которая не должна препятствовать вращению катушки. Катушку удерживает в нулевом положении упругая сила ленточки подвеса. Катушка может свободно поворачиваться в цилиндрической щели постоянного магнита, если ось катушки совпадает с осью щели. Гальванометр устанавливают в правильное положение с помощью помещенного на нем водяного уровня вращением трех опорных винтов. Катушка гальванометра установлена правильно, если пузырек уровня находится в центре. При установке гальванометра, не имеющего уровня, нужно достичь положения, при котором катушка поворачивается свободно, без скачков. При транспортировке и когда гальванометр не работает, подвижная установка должна быть закреплена с помощью специального устройства - арретира. Если переносимый прибор неарретирован, лента подвеса может быть повреждена или даже порвана. Перед проведением измерений надо освободить арретир, а по окончании - зафиксировать. Это надо делать осторожно, потому что толчки от арретира передаются непосредственно на ленточку подвеса. Эту работу в нашей лаборатории проводят лаборант или преподаватель.

Верхний конец ленты подвеса прикреплен к корректору нуля, с помощью которого катушка устанавливается перед началом измерений в такое положение, при котором плоскость катушки параллельна прямой, проходящей через центры полюсов магнита. Корректор надо поворачивать осторожно и медленно, поскольку катушка следует вращению корректора с небольшим запазданием

(момент вращения передается катушке через ленту подвеса). Слегка повернув корректор, нужно немного подождать, пока катушка не займет новое положение, и только тогда произвести новый этап поворота. При проведении этой операции следует также обратиться за помощью к преподавателю. Чтобы уменьшить влияние случайных сотрясений прибора, гальванометр устанавливают обычно на консоли, прикрепленной к массивной стене. Шкала прибора М-17 вместе с осветительной системой крепится к той же стене. Для направления пучка света от источника на вращающееся зеркальце перед гальванометром устанавливается наклонное под углом в  $45^{\circ}$  к горизонтальной плоскости небольшое зеркало или призма. Перед началом измерений световой индекс гальванометра без тока должен быть установлен в центре шкалы и хорошо сфокусирован.

Момент вращения, который выводит подвижную катушку гальванометра из нулевого положения, зависит от силы тока  $i$ , протекающего через обмотку. В однородном магнитном поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

где

$p_m = i S N$  - магнитный момент катушки,

$S$  - площадь витка,

$N$  - число витков,

$B$  - индукция магнитного поля.

Момент упругой силы, возвращающий катушку в нулевое положение, будет  $M_e = -D\alpha$ , где  $\alpha$  - угол поворота,  $D$  - момент сил кручения на единицу угла поворота. Ясно, что в новом положении катушки

$$N S B i \cos \alpha = D \alpha. \quad (2)$$

Как видно из формулы (2), связь между  $\alpha$  и  $i$  нелинейна и шкала прибора также нелинейна. Для устранения этого придат полюсным наконечникам магнита форму, схематично изображенную на рис. 2, и между ними помещают цилиндр из мягкого железа. В возникшей воздушной щели магнитное поле радиально

и индукция численно постоянна, в силу чего момент

$$M = N \mathcal{B} b i = G i$$

и угол поворота

$$\alpha = \frac{N \mathcal{B} b}{D} i = S_i i, \quad (3)$$

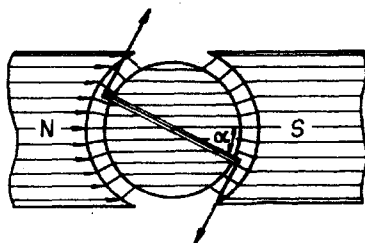


Рис. 2.

где постоянную  $S_i$  называют токовой чувствительностью гальванометра. Она выражается углом вращения, приходящимся на единицу силы тока. Обычно выражают чувствительность по току отклонением светового зайчика в миллиметрах по шкале, находящейся на расстоянии 1 м, если через гальванометр протекает ток силой 1 А. Отсюда единицей измерения чувствительности по току будет мм/(А·м). Величину, обратную чувствительности по току, называют токовой постоянной гальванометра.

При измерении малых напряжений существенно понятие вольтовой чувствительности

$$S_u = \frac{S_i}{R_g},$$

где  $R_g$  — внутреннее сопротивление гальванометра.

Вольтовая чувствительность  $S_u$  измеряется отклонением светового зайчика в миллиметрах по шкале на расстоянии 1 м, если на клеммы гальванометра приложено напряжение в 1 В.

Из формулы (3) видно, что чувствительность гальванометра тем выше, чем меньше величина  $D$  и больше значения  $\mathcal{B}$ ,  $N$  и  $S$ .

Величину  $D$  можно уменьшить, выбрав возможно тонкую и длинную нить подвеса. Магнитная индукция тем больше в щели, чем меньше щель. Обычно значения  $\mathcal{B}$ ,  $N$  и  $S$  выбирают такими, чтобы произведение  $N \mathcal{B} g$  было оптимальным.

Приборы описанной системы позволяют в настоящее время измерять силы тока до  $10^{-11}$  А и напряжения до  $10^{-8}$  В.

При выборе гальванометра играют роль не только значения токовой и вольтовой чувствительности, но и способ вращения его подвижной системы и промежутки времени, в течение которого катушка достигает нового положения равновесия.

При повороте подвижной системы в новое положение равновесия на нее оказывают влияние не только момент вращения, обусловленный током  $M = N S B i$  и момент упругих сил  $M_e = -D\alpha$ , но еще и момент сил трения  $M_h = -h \frac{d\alpha}{dt}$ , (где  $h$  — коэффициент трения), а также задерживающий момент  $M_i = -\frac{G^2}{R_g + R} \frac{d\alpha}{dt}$ , обусловленный индукционным током.

Согласно второму закону Ньютона для вращательного движения

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M + M_e + M_h + M_i,$$

где  $J$  — момент инерции подвижной системы. Учитывая вышеприведенные соотношения и перегруппировав члены уравнения, можно привести это уравнение к следующему виду

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \left( h + \frac{G^2}{R_g + R} \right) \frac{d\alpha}{dt} + D\alpha = G i \quad (4)$$

или

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{h + \frac{G^2}{R_g + R}}{J} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{D}{J} \alpha = \frac{G}{J} i. \quad (4a)$$

Обозначая в уравнении (4a)

$$\frac{D}{J} = \omega_0^2 \quad \text{и} \quad \frac{h + \frac{G^2}{R_g + R}}{J} = 2\beta,$$

получим

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + 2\beta \frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2 \alpha = \frac{G}{J} i. \quad (4b)$$

Решением последнего дифференциального уравнения в предположении, что катушка гальванометра перед пропусканием через прибор постоянного тока была неподвижной (т.е.  $\alpha = 0$  и  $\frac{d\alpha}{dt} = 0$ ), будет функция

$$\alpha = \alpha_m \left[ 1 - e^{-\beta t} \frac{\beta^2 + \omega^2}{\omega^2} \sin(\omega t + \varphi) \right], \quad (5)$$

где

$$\alpha_m = \frac{BN\beta i}{D}, \quad \varphi = \arctg \frac{\omega}{\beta}$$

и

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{J} - \beta^2}. \quad (6)$$

Если же катушка первоначально была повернута на угол  $\alpha_0$ , а затем освобождена, причем цепь гальванометра не содержит источников тока и замкнута, то движение катушки будет описываться функцией

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t} \frac{\beta^2 + \omega^2}{\omega^2} \sin(\omega t + \varphi). \quad (7)$$

Целесообразно рассмотреть три отдельных режима движения катушки.

а). Если  $\frac{D}{J} - \beta^2 = 0$ , т.е.  $\omega = 0$ , то в уравнениях (5) и (7) от величин, определяющих величину отклонения от времени, зависит только  $e^{-\beta t}$ . Таким образом, катушка возвращается в положение равновесия аperiодически. Такой режим работы гальванометра называют критическим. Критический режим целесообразнее всего использовать в работе, поскольку в этом случае катушка возвращается в положение равновесия за самый короткий промежуток времени. Зависимость угла поворота катушки гальванометра, работающего в критическом режиме, от времени, описывает на рис. 3 кривая а. Критического режима работы гальванометра при постоянстве всех других условий можно достичь путем изменения сопротивления  $R$  внешней цепи,

поскольку от него зависит величина  $\beta$ . Если при этом  $\beta \ll \frac{G^2}{R_g + R}$ , то

$$\beta \approx \frac{G^2}{2(R_g + R)T}.$$

Учитывая, что в данном случае  $\beta = \sqrt{\frac{D}{J}}$ , условием критического режима будет

$$R_g + R = \frac{G^2}{2\sqrt{JD}} = \frac{N^2 S^2 B^2}{2\sqrt{JD}} \quad (8)$$

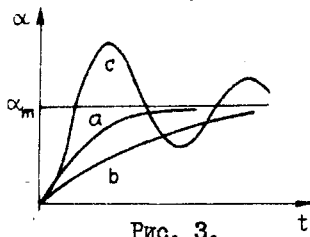


Рис. 3.

Сопротивление внешней цепи, которое соответствует критическому режиму работы гальванометра, называют критическим сопротивлением. Полное сопротивление  $R_g + R$  в критическом режиме называют полным критическим сопротивлением.

Часто гальванометры снабжаются магнитным шунтом (рис. 4), в качестве которого действует железная пластинка, образующая мост между полюсами магнита. Отодвигая пластинку дальше от полюсов или приближая к ним, можно изменять магнитную индукцию  $B$  в месте нахождения катушки. При изменении индукции изменяется величина  $G$  и вследствие этого и режим работы гальванометра. Таким способом можно подобрать критический режим согласно сопротивлению  $R$  внешней цепи, т.е. достичь выполнения условия (8) при наперед заданном  $R$ . На практике полное сопротивление цепи

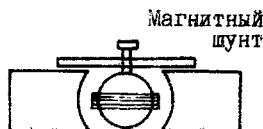


Рис. 4

гальванометра выбирается несколько большим критического, поскольку тогда легче фиксировать достижение катушкой положения равновесия.

б). Если  $\frac{D}{\gamma} < \beta^2$ , т.е. когда полное сопротивление цепи гальванометра меньше полного критического сопротивления, то катушка гальванометра движется также аperiодически к положению равновесия, но медленнее, чем в предыдущем случае (рис. 3, кривая б). Такой режим работы гальванометра называют переуспокоенным.

с). Если  $\frac{D}{\gamma} > \beta^2$ , то имеют место затухающие колебания катушки (рис. 3, кривая с).

Кривые рис. 5 описывают движение катушки при включении источника тока в цепь гальванометра.

Период колебаний на основании (6) будет

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{D}{\gamma} - \beta^2}} \quad (9)$$

Обозначим через  $K$  отношение затухания колебаний:

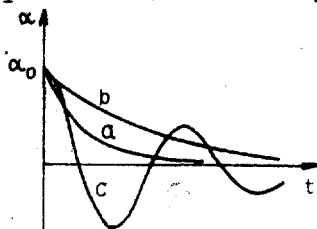


Рис. 5.

$$K = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_{n-1}}{A_n},$$

где

$$A_n = \alpha_m \sqrt{\frac{\beta^2 + \omega^2}{\omega^2}} e^{-\beta n T}, \quad (\text{см. уравнение 5}).$$



Логарифмический декремент затухания колебаний катушки будет

$$\delta = \ln \kappa = \beta T = \frac{T}{2J} \left( h + \frac{G^2}{R_g + R} \right). \quad (10)$$

При разомкнутой цепи гальванометра ( $R = \infty$ ) и малом трении  $\beta = 0$  и

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (11)$$

Из сказанного видно, что при данных значениях  $J$  и  $D$  режим движения катушки можно регулировать в широких пределах с помощью магнитного пунта или путем изменения внешнего сопротивления. На этом основано и гашение колебаний катушки гальванометра. Для быстрой остановки колеблющейся катушки гальванометра достаточно закоротить обмотку в тот момент, когда она проходит положение равновесия, соответствующее отсутствию тока.

Для выяснения факторов, определяющих чувствительность гальванометра, целесообразно представить ее как функцию критического сопротивления гальванометра и периода колебаний. На основании ранее изложенного

$$S_i = \frac{NBS}{D}.$$

Учитывая формулы (8) и (11), квадрат чувствительности к току выразится так:

$$S_i^2 = \frac{(R_g + R) T_0}{\pi D}. \quad (12)$$

Таким образом, при обычном периоде порядка 1-5 с чувствительность гальванометра пропорциональна квадратному корню из критического сопротивления, значение которого для повыше-

ния чувствительности следует увеличить. Увеличение же критического сопротивления ведет к снижению вольтовой чувствительности, что во многих случаях не приемлемо. На самом деле, сопротивления цепей, в которых приходится измерять слабые токи или малые разности потенциалов, могут сильно различаться. Измерение слабых токов обычно характерно для цепей с большим сопротивлением (фотоэлементы, электронно-лучевные трубки и др.). В таких случаях большое критическое сопротивление гальванометра не является помехой. Однако часто используют гальванометры для измерения малых разностей потенциалов (термоэлектродвижущая сила, гальваноманнитные эффекты, использование гальванометра в мостовых и потенциометрических схемах). Обычно сопротивление таких цепей мало и гальванометр будет работать в переуспokoенном режиме. Для того чтобы гальванометр в такой цепи стал работать в критическом режиме, нужно включить в нее последовательно с гальванометром большое сопротивление. Это, однако, будет означать, что вольтовая чувствительность определяется также не отношением токовой чувствительности к сопротивлению гальванометра, а к критическому сопротивлению. Поэтому часто оказывается, что гальванометр с высокой токовой чувствительностью и с большим критическим сопротивлением не подходит для измерения малых напряжений. Изготовление же гальванометра с малым критическим сопротивлением довольно трудно, поскольку критическое сопротивление зависит от тех же параметров, что и токовая чувствительность (см. соответствующие формулы).

Из всего сказанного можно сделать вывод, что правильный выбор гальванометра имеет решающее значение для успешного проведения измерений.

Зеркальный гальванометр в баллистическом режиме. Гальванометр можно использовать и для измерения заряда кратковременных импульсов тока. Для этого необходимо, чтобы длительность  $\tau$  тока была значительно меньше периода собственных колебаний катушки гальванометра  $T_0$ . В таком случае гальванометр обладает интегрирующим свойством, амплитуда первого колебания пропорциональна прошедшему через прибор заряду. Чтобы диапазон длительностей токов был широк и движение светового зайчика визуально хорошо прослеживалось, период соб-

ственных колебаний должен быть как можно больше. Период колебаний можно увеличить, искусственно увеличив момент инерции подвижной системы, например, путем подвешивания грузиков на перекладинах, прикрепленных к ленте подвеса. Такие гальванометры называют баллистическими. Обычно период собственных колебаний баллистического гальванометра составляет около двух десятков секунд.

Дифференциальное уравнение движения катушки баллистического гальванометра в общем случае такое же как и для обычного гальванометра. (См. ур-ние (4)).

Если время  $\tau$  прохождения тока мало, то катушка практически не успевает выйти за это время из положения равновесия. Таким образом, если  $t > \tau$ , то тока уже нет и справедливо уравнение

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \left( h + \frac{G^2}{R_g + R_v} \right) \frac{d\alpha}{dt} + D\alpha = 0. \quad (13)$$

В промежутке времени  $t < \tau$ , в котором  $\frac{d\alpha}{dt} \approx 0$  и  $\alpha \approx 0$ , справедливо уравнение

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = G i. \quad (14)$$

Основную зависимость для баллистического гальванометра, т.е. пропорциональную связь между прошедшим зарядом и максимальным отклонением катушки можно получить из равенства решений уравнений (13) и (14) в граничном случае, когда  $t = \tau$ . Имеется, однако, более простой и общий метод, который не зависит от характера решения уравнения (13).

Проинтегрируем уравнение (14):

$$J \int d\left(\frac{d\alpha}{dt}\right) = G \int i dt,$$

откуда

$$J \left[ \frac{d\alpha}{dt} \right]_{t=\tau} = G q, \quad (15)$$

где  $q$  - полный заряд, прошедший через гальванометр. Для того чтобы ввести понятие первого максимального отклонения, будем исходить из энергетических соображений. Если лента повернута на угол  $\alpha$ , момент упругой силы будет  $D\alpha$ . Для поворота на угол  $d\alpha$  нужно совершить работу  $D\alpha d\alpha$ . Полная работа, которая совершается для получения максимального отклонения,

$$A = \int_0^{\alpha_0} D\alpha d\alpha = \frac{D\alpha_0^2}{2}.$$

В момент, когда катушка начинает двигаться, т.е. когда  $t = \tau$ , ее кинетическая энергия

$$W = \frac{1}{2} J \left[ \frac{d\alpha}{dt} \right]_{t=\tau}^2.$$

На основании закона сохранения энергии

$$J \left[ \frac{d\alpha}{dt} \right] = D\alpha_0^2. \quad (16)$$

Из уравнений (15) и (16) следует

$$q^2 = \frac{JD\alpha_0^2}{G^2},$$

откуда

$$q = \frac{\sqrt{JD}}{G} \alpha_0 = B \alpha_0. \quad (17)$$

Формула (17) показывает, что первое максимальное угловое отклонение на самом деле пропорционально прошедшему заряду. Коэффициент пропорциональности  $B$  называют баллистической постоянной гальванометра; численно она равна заряду, который вызывает единичное угловое отклонение. Баллистическую постоянную можно выразить через токовую постоянную  $C_i$ . В разомкнутой цепи период катушки (см. формулу (II)):

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}.$$

Выражая отсюда  $J$ , получаем

$$B = \frac{T_0}{2\pi} C_i, \quad (I8)$$

где

$$C_i = \frac{D}{G}.$$

На практике используют баллистическую постоянную  $B$ , которая показывает, какой величины заряд вызывает единичное отклонение светового индекса на шкале гальванометра. Поскольку

$$\alpha_0 = \frac{m_0}{2\ell},$$

(см. формулу (I)), то

$$q = \frac{B}{2\ell} m_0 = B' m_0. \quad (I9)$$

$B'$  определяют экспериментально, поскольку необходимые для его расчета величины  $D$  и  $G$  измерить трудно.

#### 4. Ход работы

1. Для определения величин, характеризующих гальванометр, соберем электрическую цепь согласно схеме на рис. 6.

После проверки схемы руководителем практикума выберем из магазина сопротивлений  $R_1$  сопротивление, равное 5 Ом. Сопротивление  $R_0$  должно составлять примерно 10 000 Ом. Разомкнем ключ  $K_3$ , ключ  $K_2$  переведем в положение 2 и замкнем ключ  $K$ , регулируя с помощью потенциометра  $R$  подаваемое на схему гальванометра напряжение  $U$  равным 0,1–0,5 В.

Затем с помощью ключа  $K_1$  подаем на гальванометр напряжения противоположного знака, чтобы получить равные отклонения светового индекса вправо и влево. С этой целью шкала должна располагаться горизонтально и параллельно положению зеркала гальванометра в нулевом положении, т.е. когда ток отсутствует. Изменяя сопротивление  $R_2$ , т.е. работая в различных режимах гальванометра, наблюдаем за движением светового индекса. В случае необходимости (когда ток становится слишком большим или малым) изменяем напряжение с помощью потенциометра  $R$ .

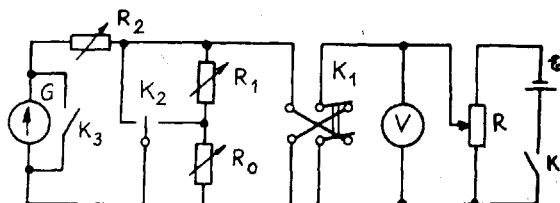


Рис. 6.

2. Для определения периода собственных колебаний гальванометра  $T_0$  выберем сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  такими, чтобы отклонение светового индекса было большим (150–200 мм). После получения отклонения разомкнем цепь гальванометра с помощью ключа  $K_2$ , в результате чего катушка гальванометра и световой зайчик начнут колебаться вокруг нулевого положения. Для определения периода колебаний регистрируем время десяти полных колебаний с помощью секундомера и вычислим  $T_0$ . По амплитудам следующих друг за другом отклонений светового зайчика в одну сторону вычислим логарифмический декремент затухания колебаний.

3. Для определения критического сопротивления гальванометра пропустим через гальванометр ток, который вызывает отклонение светового индекса в 150–200 мм. Далее быстро переведем ключ  $K_2$  из положения 2 в положение 1 и проследим за режимом движения светового индекса в нулевое положение. Если световой индекс колеблется около нулевого положения, то сле-

дует повторить опыт, постепенно уменьшая величину сопротивления  $R_2$ , пока индекс не будет приближаться к нулевому положению аperiодически. Величина сопротивления  $R_2$ , при котором катушка гальванометра начинает двигаться аperiодически, и есть критическое сопротивление. Полное критическое сопротивление найдем, прибавив к последнему сопротивление гальванометра.

4. Изучение зависимости логарифмического декремента затухания от величины сопротивления внешней цепи гальванометра производится так же, как определение критического сопротивления, только с той разницей, что здесь нужно фиксировать значения амплитуд последовательных отклонений светового индекса в одну сторону. Из полученных данных вычисляем логарифмический декремент затухания  $\delta$ . Измерения проводим при значениях  $R_2$ , соответствующих 2-, 4-, 6-, 8- и 10-кратному критическому сопротивлению. На основании полученных данных строим график зависимости логарифмического декремента от внешнего сопротивления.

При увеличении  $R_2$  уменьшается отклонение светового индекса и, следовательно, точность отсчета. Для увеличения отклонений индекса можно повысить напряжение, подаваемое на гальванометр с помощью потенциометра  $R$ , если этого недостаточно, то путем увеличения  $R_1$ . При увеличении  $R_1$  ключ  $K_3$  должен быть замкнут.

5. Для определения сопротивления гальванометра  $R_g$  мы должны знать силу тока, протекающего через гальванометр, которую можно вычислять для схемы на рис. 6 по формуле

$$i_g = U \frac{R_1}{R_1(R_2 + R_g) + R_0(R_1 + R_2 + R_g)} \quad (20)$$

Если сила тока, протекающего через гальванометр, будет одной и той же, но получена при разных значениях  $U$  и  $R_2$ , то на основании формулы (20), можно написать

$$\frac{U'R_1}{R_1(R_2' + R_g) + R_0(R_1 + R_2' + R_g)} = \frac{U''R_1}{R_1(R_2'' + R_g) + R_0(R_1 + R_2'' + R_g)} ?$$

откуда

$$R_g = \frac{U'' R_2' - U' R_2''}{U' - U''} - \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1}. \quad (21)$$

Выбрав две разные пары значений  $U$  и  $R_2$ , которые вызывают одинаковые и достаточно большие отклонения светового зайчика (150–200 мм), можем на основании формулы (21) вычислить  $R_g$ .

6. Для градуирования гальванометра и определения токовой и вольтовой чувствительностей определим зависимость отклонения зайчика от напряжения  $U$ . Желательно, чтобы гальванометр работал в режиме, близком к критическому, и градуирование охватывало всю шкалу равномерно. Следует зафиксировать по крайней мере 10 положений светового зайчика. Результаты представим графически в системе координат  $m - i_g$ , определим наклон графика  $\Delta m / \Delta i_g$  и вычислим токовую чувствительность гальванометра

$$S_i = \frac{\Delta m}{\Delta i_g l}.$$

где  $\Delta m$  — выражено в миллиметрах,

$\Delta i_g$  — в амперах и  $l$  в метрах.

Далее вычислим токовую постоянную гальванометра  $C_i = \frac{1}{S_i}$  и вольтовые чувствительности:

$$S_u = \frac{S_i}{R_g} \quad \text{и} \quad S_u' = \frac{S_i}{R_g + R_2}.$$

7. Для определения баллистической постоянной соберем электрическую цепь согласно схеме на рис. 7. Магазин сопротивлений  $R_1$  служит для того, чтобы установить критический режим работы гальванометра. Перекрестный ключ  $K_1$  на рис. 6 заменен на рис. 7 на обычный переключатель  $K_1$ . Конденсатором  $C$  служит магазин емкостей (эталонный конденсатор).

Выберем из магазина емкостей какую-либо емкость  $C$ , зарядим ее с помощью ключа  $K_1$ , переведя его в положение I, затем разрядим конденсатор через гальванометр. Зарегистрируем



максимальное отклонение  $m_0$  светового зайчика. Опыт повторяем три раза. Аналогичные измерения производим по крайней мере при 10 различных напряжениях, причем напряжение (также емкость эталонного конденсатора) следует выбрать так, чтобы отклонения распределялись более или менее равномерно по всей шкале. Величину заряда, вызывающего отклонение светового зайчика, вычисляем по формуле  $q = C U$ . Результаты представляем графически в координатах  $q - m_0$ . По наклону этого графика вычислим баллистическую постоянную  $B$  гальванометра и чувствительность к заряду  $S_q = \frac{1}{B'}$ .

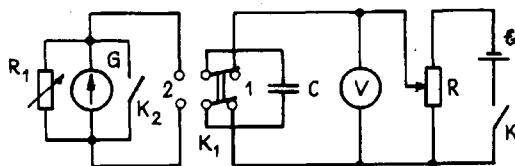


Рис. 7.

Для того чтобы проверить, работает ли гальванометр в баллистическом режиме, вычислим постоянную времени цепи  $\tau_0 = RC$  и сравним ее с периодом собственных колебаний подвижной системы гальванометра.

8. Для определения емкости неизвестного конденсатора баллистическим методом включим его в цепь вместо эталонного конденсатора, зарядим до известного напряжения и разрядим через гальванометр. Приложенное напряжение следует взять таким, чтобы отклонение светового зайчика было по возможности большим. При одном и том же напряжении выполняем по крайней мере 5 измерений, найдем их среднее значение и вычислим величину заряда, вызвавшего это отклонение. Зная заряд и напряжение, вычислим емкость конденсатора.

Все результаты измерений и вычислений помещаем в соответственно составленную таблицу.

## 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Как вычислить силу, действующую в магнитном поле на элемент тока?

2. Как вычислить силу, действующую на прямой проводник в однородном магнитном поле?

3. Как действует однородное магнитное поле на контур с током, магнитный момент которого  $\vec{p}_m$ ?

4. Какой физический смысл имеет токовая постоянная  $C_i$  гальванометра?

5. Каким будет характер движения катушки гальванометра, если сопротивление цепи гальванометра больше критического сопротивления?

6. Ответить на предыдущий вопрос, если сопротивление цепи гальванометра меньше критического сопротивления.

7. В каком случае для измерения слабых токов надо пользоваться гальванометром с высокой токовой чувствительностью, и в каком случае с высокой вольтовой чувствительностью?

8. Во сколько раз уменьшает делитель напряжения, состоящий из  $R_1$  и  $R_0$ , приложенное к гальванометру напряжение (см. рис. 6)?

9. Что называют логарифмическим декрементом затухания колебаний? Как нужно его в этой работе определять, чтобы точность была возможно большей?

10. Выведите формулу для задерживающего момента катушки гальванометра, который вызван индукционным током, протекающим через катушку.

11. Выведите формулу (20).

12. Почему нежелательно выполнять задания 3 и 4 при включении источника тока в цепь гальванометра?

13. Какой режим работы гальванометра называют баллистическим?

14. Для чего используют баллистический гальванометр?

15. Что называют чувствительностью к заряду?

16. От чего зависит чувствительность к заряду баллистического гальванометра?

17. В каком режиме должен работать баллистический гальванометр, чтобы его чувствительность к заряду была возможно большей?

18. Как определить емкость неизвестного конденсатора, если есть возможность использовать эталонный конденсатор, но нет вольтметра для измерения напряжения?

19. Как измерить с помощью баллистического гальванометра магнитный поток и индукцию магнитного поля?

20. Обоснуйте принцип работы магнитоэлектрического веберметра.

21. Как работают измерительные приборы электромагнитной, электродинамической и электростатической систем?

### Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 85, 89-93.
2. Электрические измерения /Под ред. А.В. Фремке. М.-Л., 1963, с. 90.

## 8. ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Одной из основных характеристик магнитного поля является магнитная индукция. В данной работе ознакомимся с тремя методами измерения магнитной индукции.

### 8.1. ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

#### 1. Задание

Ознакомиться с баллистическим методом измерения индукции магнитного поля. Определить магнитную индукцию на оси соленоида, плоской катушки или катушек Гельмгольца.

## 2. Принадлежности

Баллистический гальванометр, исследуемые катушки вместе с измерительными катушками, нормальный соленоид с измерительной катушкой, амперметр, магазин сопротивлений, источник тока, реостат, ключи, провода.

## 3. Теоретическое введение

Величина заряда, протекающего через сечение контура в процессе электромагнитной индукции

$$q = \frac{\psi_1 - \psi_2}{R}, \quad (1)$$

где  $\psi_1$  - полный поток в начале процесса,  $\psi_2$  - в конце процесса,  $R$  - полное сопротивление контура. Это и дает возможность измерить магнитный поток и магнитную индукцию, поскольку величину заряда  $q$  можно измерить баллистическим методом (см. работу 7.1), а сопротивления контура и гальванометра также легко измеряемы.

Измерение магнитной индукции происходит следующим образом. На короткую, кольцевую, почти плоскую рамку наматывается из тонкой изолированной проволоки обмотка, содержащая  $N$  витков. Концы обмотки соединяются с баллистическим гальванометром, рамка же помещается в ту область магнитного поля, в которой необходимо измерить магнитную индукцию. Плоскость рамки должна быть перпендикулярна направлению магнитного поля. Если площадь рамки  $S$ , то полный поток индукции через сечение катушки

$$\psi_1 = BSN. \quad (2)$$

При быстром удалении рамки из исследуемого поля через гальванометр протекает заряд

$$q = \frac{\psi_1}{R} = \frac{BSN}{R}, \quad (3)$$

где  $R$  — полное сопротивление гальванометра и измерительной катушки. Определив заряд  $q$  по отбросу светового зайчика гальванометра, можно вычислить индукцию  $B$ .

Удаление рамки из магнитного поля можно заменить поворотом ее на  $90^\circ$ . Если рамку повернуть на  $180^\circ$ , то показания гальванометра удвоятся, поскольку теперь конечный поток не равен нулю, а  $\psi_2 = -\psi_1$ . Следовательно,

$$q = \frac{2\psi_1}{R}. \quad (4)$$

Такой же результат получится, если в случае неподвижной катушки изменить направление поля на противоположное.

#### 4. Измерительная схема

Для измерения магнитной индукции гальванометр необходимо проградуйровать. Электрическая схема для градуирования баллистического гальванометра и измерения магнитной индукции приведена на рис. I. Цепь состоит из гальванометра  $G$ , необходимого для градуирования так называемого нормального соленоида  $P_n$  вместе с его измерительной обмоткой  $P'_n$ , исследуемой катушки  $P_x$  вместе с измерительной катушкой  $P'_m$ , магазина сопротивлений  $R_e$ , амперметра  $A$ , реостата  $R$  и ключей.

В качестве нормального соленоида используется двухслойный длинный соленоид с выводом в середине соленоида. В центре соленоида имеется короткая

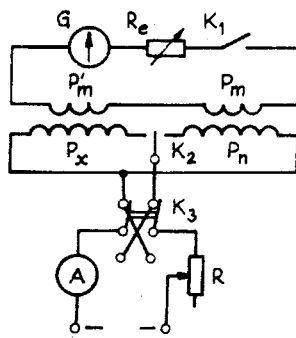


Рис. I.

измерительная обмотка  $P_m$ .

Магнитная индукция в центре нормального соленоида

$$B = \mu_0 n i, \quad (5)$$

где  $\mu_0$  - магнитная постоянная,  $n$  - плотность витков нормального соленоида,  $i$  - сила тока.

Полный магнитный поток, пронизывающий измерительную катушку, в нормальном соленоиде

$$\Psi = B S_m N_m, \quad (6)$$

где  $S_m$  - поперечное сечение обмотки измерительной катушки,  $N_m$  - число витков измерительной катушки.

При изменении направления тока в соленоиде на противоположное (коммутации тока ключом  $K_3$ ) полный поток обмотки измерительной катушки изменится на

$$\Delta \Psi = 2 \Psi = 2 B S_m N_m. \quad (7)$$

Заряд, прошедший через гальванометр

$$q = C \beta, \quad (8)$$

где  $\beta$  - максимальное отклонение светового индекса вдоль шкалы,  $C$  - баллистическая постоянная гальванометра (та же, что в работе 7 обозначалась через  $B'$ ).

На основании формул (1), (5), (7) и (8) можем написать

$$C = \frac{2 \mu_0 n S_m N_m}{\beta R}, \quad (9)$$

где  $R$  - полное сопротивление цепи гальванометра.

В схеме, приведенной на рис. 1, измерительные катушки нормального и исследуемого соленоидов в течение всего опыта остаются подключенными последовательно, в результате чего сопротивление цепи гальванометра остается постоянным. В таком случае удобнее пользоваться баллистической постоянной

$$C' = CR = \frac{2 \mu_0 n S_m N_m}{\beta} i. \quad (10)$$

После определения баллистической постоянной  $C'$  в цепь с помощью ключа  $K_2$  подключается исследуемый соленоид  $R_x$ . Его короткая измерительная катушка  $P_m'$  укреплена на стержне, с помощью которого катушку можно перемещать вдоль оси соленоида. Число витков катушки  $P_m'$  равно  $N_m'$ , площадь сечения витка  $S_m'$ . При коммутации тока ключом  $K_3$  в исследуемом соленоиде магнитная индукция в месте нахождения измерительной катушки изменяется от  $+B_x$  до  $-B_x$ , т.е. на  $2B_x$  и вызывает изменение полного потока катушки  $P_m'$  на

$$\Delta \Psi' = 2 \Psi' = 2 B_x S_m' N_m' = q' R, \quad (II)$$

где  $q'$  — заряд, протекший через гальванометр. Поскольку одновременно

$$q' = C \alpha,$$

где  $\alpha$  — максимальное отклонение светового индекса при коммутации тока, протекающего через соленоид, то

$$2 \Psi' = C \alpha R = C' \alpha. \quad (I2)$$

Следовательно,

$$C' \alpha = 2 B_x S_m' N_m',$$

откуда

$$B_x = \frac{C'}{2 N_m' S_m'} \alpha = C'' \alpha, \quad (I3)$$

где

$$C'' = \frac{C'}{2 N_m' S_m'}. \quad (I4)$$

## 5. Ход работы

Исследуемыми катушками в данной работе служат сравнительно длинный соленоид с выводами, отстоящими на конкретное число витков от обоих концов соленоида (см. рис. 2, а), плоская катушка и катушки Гельмгольца (рис. 2, а). Катушками Гельмгольца называют две одинаковые кольцеобразные катушки, оси которых совпадают. Расстояние между катушками равно радиусу колец. Катушки соединяются последовательно. Особенностью магнитного поля катушек Гельмгольца является его достаточно высокая степень однородности в сравнительно широкой области между кольцами.

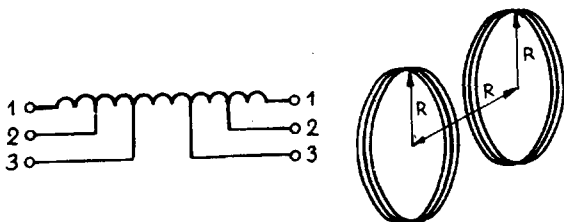


Рис. 2.

1. Соберем цепь согласно схеме на рис. 1., выбрав в качестве исследуемой одну из катушек по рекомендации преподавателя. Ключом  $K_2$  включим в цепь нормальный соленоид  $P_n$ . Пусть сопротивление реостата  $R$  будет максимально. С помощью ключа  $K_3$  подадим напряжение иотрегулируем его до значения, отмеченного в паспорте прибора. Коммутируя ключом  $K_3$  силу тока через нормальный соленоид (коммутировать следует по возможности быстро; длительность этого процесса должна быть намного меньше периода собственных колебаний светового индекса гальванометра) определим отклонение  $\beta$ . Отклонение индекса гальванометра при этом должно быть по возможности большим. Изменяя сопротивление  $R_e$ , выберем необходимый режим работы гальванометра. Измерения повторим 5 раз при трех различных силах тока. Вычислим баллистическую постоянную  $C'$  и



затем  $C''$ . При вычислении постоянных  $C'$  и  $C''$  обратим внимание на единицы измерений, приписывая их к вычисленным величинам.

2. С помощью ключа  $K_2$  включим в цепь вместо нормального соленоида исследуемую катушку  $P_x$  иотрегулируем силу тока в ней до величины, указанной в паспорте прибора (при длительном пропускании тока катушка нагревается!). Переместим измерительную катушку  $P_m'$  в середину исследуемой катушки. Коммутируя силу тока ключом  $K_3$ , зарегистрируем показание гальванометра. После этого переместим измерительную катушку на такое расстояние от середины исследуемой катушки, чтобы отклонение зайчика гальванометра составляло только  $I/I_0 - I/I_5$  от первоначального в середине катушки. Теперь будем перемещать измерительную катушку назад по 1 см до другого конца исследуемой катушки, проделывая в каждой точке по три измерения. Если в качестве исследуемой катушки взят длинный соленоид, можно в центральной части соленоида, где показания гальванометра примерно одинаковы (мало зависят от местоположения измерительной катушки), увеличить интервалы до 3 см.

3. Вычислим по формуле (13) значения  $B_x$ , соответствующие показаниям гальванометра. Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу. Построим график функции  $B_x = f(x')$ , где  $x'$  означает расстояние измерительной катушки от произвольной точки на оси исследуемой катушки. На основании графика найдем местоположение центра исследуемой катушки и возьмем его в качестве начала координат  $x$  и  $B_x$ .

4. Выведем формулу для вычисления магнитной индукции на оси катушки, используемой в данной работе. На основании данных паспорта и по значениям силы тока вычислим значения  $B_x$  для различных расстояний от центра катушки. Результаты поместим в ту же таблицу, где находятся измеренные значения  $B_x$ . График теоретически найденной функции поместим вместе с эмпирически полученным. Попытаемся объяснить причину возможного расхождения.

## 6. Дополнительные вопросы и задания

1. Приведите закон Бю-Савара-Лапласа.
2. Выведите формулы для вычисления индукции магнитного поля на оси плоской катушки, катушек Гельмгольца и соленоида.
3. В чем заключается физический смысл понятия индукции магнитного поля?
4. Дайте определение единиц магнитной индукции.
5. Выведите формулу (I).
6. Какой гальванометр называют баллистическим?
7. В чем заключается физический смысл баллистической постоянной  $C$  и чувствительности к заряду  $S_q$  зеркального гальванометра?
8. Каковы размерности величин  $C$ ,  $C'$  и  $C''$  в формулах (8), (10) и (13)?
9. Почему силу тока через нормальный соленоид и измерительную катушку надо коммутировать „сравнительно быстро“?
10. Каким нужно выбрать добавочное сопротивление гальванометра?

## Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 75-93, 89-92.

## 8.2. ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ ВЕБЕРМЕТРОМ

### I. Задание

Ознакомиться с принципом работы веберметра, проградуировать электромагнит.

### 2. Принадлежности

Веберметр вместе с измерительной катушкой, электромагнит, амперметр, реостат, автотрансформатор, источник тока, ключ, провода.

### 3. Описание прибора

Веберметр — прибор магнитоэлектрической системы, служащий для измерения магнитного потока и индукции магнитного поля. Веберметр отличается от других приборов магнитоэлектрической системы тем, что на его катушку  $A$ , имеющую вид рамки (рис. 3), не влияют противодействующие ее движению силы деформации; рамка всегда находится в положении безразличного равновесия. Это положение обеспечивается за счет подвешивания рамки на практически неупругую нить или за счет крепления ее на керлах, как показано на рис. 3. Ток подводится к рамке через тонкие, практически безмоментные провода  $H$ .

Для измерения магнитного потока с веберметром соединяют измерительную катушку  $B$ , охватывающую измеряемый магнитный поток  $\Phi$ . Если величина потока через катушку изменяется, в катушке возникает э.д.с. индукции  $\mathcal{E}_i$  и индукционный ток в катушке  $A$  веберметра, которая приходит в движение. Движение рамки описывается тем же уравнением, которым описывалось движение катушки гальванометра (см. формулу (4) в работе № 7), но с одним отличием, а именно:  $D = 0$ . Поэтому

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \left( h + \frac{G^2}{R_g + R_p} \right) \frac{d\alpha}{dt} = G i, \quad (15)$$

где  $J$  — момент инерции движущейся рамки,

$\alpha$  — угол поворота рамки,

$h$  — коэффициент трения,  $G = BSN$  ( $B$  — магнитная индукция в месте нахождения рамки),

$S$  — площадь рамки,

$N$  — число витков рамки,  $R_g + R_p = R$  — полное сопротивление веберметра и ее измерительной цепи,

$i$  — сила индукционного тока.

Дополнительно к э.д.с. индукции изменяющийся по величине ток в цепи веберметра индуцирует э.д.с. самоиндукции  $\mathcal{E}_e = -L \frac{di}{dt}$ . На основании II правила Кирхгофа

$$\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_e = Ri,$$

откуда

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} - \frac{L}{R} \frac{di}{dt}.$$

Теперь уравнение (I5) можно представить в виде

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \left( h + \frac{G^2}{R} \right) \frac{d\alpha}{dt} = G \frac{\mathcal{E}_i}{R} - \frac{GL}{R} \cdot \frac{di}{dt}. \quad (I6)$$

Интегрируя это уравнение в пределах, которые определяются моментом начала движения рамки ( $t = t_1$ ) и достижением ею нового положения равновесия ( $t = t_2$ ), получим

$$J \left. \frac{d\alpha}{dt} \right|_{t_1}^{t_2} + \left( h + \frac{G^2}{R} \right) \alpha \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{G}{R} \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{E}_i dt - \frac{GL}{R} i \Big|_{t_1}^{t_2}. \quad (I7)$$

Поскольку рамка веберметра неподвижна и в начале движения ( $t = t_1$ ), когда положение ее определено углом  $\alpha = \alpha_1$ , а также и в конце ( $t = t_2$ ), когда положение рамки определяет угол  $\alpha = \alpha_2$ , то

$$\left. \frac{d\alpha}{dt} \right|_{t_1}^{t_2} = 0 \quad \text{и} \quad \alpha \Big|_{t_1}^{t_2} = \alpha_2 - \alpha_1 = \Delta \alpha.$$

Дополнительно к этому сила тока  $i = 0$  как в начале импульса тока ( $t = t_1$ ), так и в конце импульса ( $t = t_2$ ). Поэтому

$$\left( h + \frac{G^2}{R} \right) \Delta \alpha = \frac{G}{R} \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{E}_i dt. \quad (I8)$$

Из последнего выражения следует

$$\Delta\alpha = \frac{G}{hR + G^2} \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{E}_i dt. \quad (19)$$

Следовательно, угол поворота рамки веберметра пропорционален величине  $\int_{t_1}^{t_2} \mathcal{E}_i dt$ . По этой особенности веберметр существенно отличается от баллистического гальванометра, угол поворота подвижной системы которого пропорционален величине  $\int_{t_1}^{t_2} i dt$ . Несмотря на это различие, можно оба прибора использовать для измерения магнитного потока и заряда.

Поскольку

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\psi}{dt},$$

где  $\psi$  — полный магнитный поток через катушку, то

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathcal{E}_i dt = \psi_1 - \psi_2 = (\Phi_1 - \Phi_2) N,$$

где  $N$  — число витков измерительной катушки. Теперь можно формулу (19) представить в виде

$$\Delta\alpha = \frac{G N}{hR + G^2} (\Phi_1 - \Phi_2)$$

или

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \left( G + \frac{hR}{G} \right) \frac{\Delta\alpha}{N}. \quad (20)$$

Если сопротивление  $R$  цепи в процессе измерений остается неизменным, то

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{C_\Phi}{N} \Delta\alpha, \quad (21)$$

где  $C_\Phi = G + \frac{hR}{G}$  — постоянная, характеризующая веберметр.

Коэффициент трения  $\mu$  обычно мал, в силу чего при малых сопротивлениях  $R$  и произведение  $\mu R$  пренебрежимо мало по сравнению с  $G^2$ . Это позволяет на основании формулы (20) записать

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{G}{N} \Delta \alpha. \quad (22)$$

На основании формулы (22) можно утверждать, что при вышеописанных условиях показание веберметра не зависит от сопротивления его цепи.

Обычно на веберметре указывается максимальное внешнее сопротивление, при котором гарантирована определенная точность прибора. Это обстоятельство не позволяет бесконечно увеличивать число витков измерительной катушки  $B$ , соединяемой с веберметром. Последнее, в свою очередь, ставит предел минимальному магнитному потоку, который может быть измерен веберметром, что является недостатком этого прибора по сравнению с баллистическим гальванометром.

Особенность веберметра заключается еще и в том, что его подвижная система, как было ранее сказано, находится в безразличном равновесии: повернувшись на некоторый угол, она остается в этом положении до тех пор, пока новый импульс тока не заставит ее повернуться в новое положение. Чтобы перевести стрелку веберметра в желаемое положение, в современных приборах используют корректор. Обычно корректор состоит из вспомогательной катушки  $C$  и дополнительного постоянного магнита  $T$  между полюсами которого она находится (рис. 3). Для изменения положения стрелки с основной катушкой  $A$  веберметра электрически соединяют катушку  $C$  корректора посредством ключа  $K$ . Изменяя с помощью регулятора  $M$ , выведенного на панель прибора, положение катушки корректора или положение постоянного магнита, влияют на величину магнитного потока через катушку. Это вызывает в катушке  $A$  веберметра импульс индукционного тока, позволяя сместить стрелку на шкале в нужное положение.

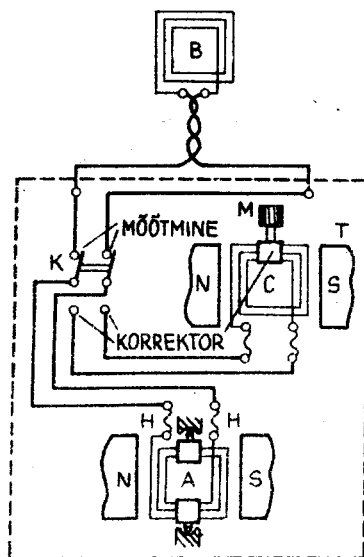


Рис. 3.

#### 4. Ход работы

1. Соберем цепь по схеме на рис.4 для размагничивания и градуирования электромагнита. Известно, что ферромагнетики сохраняют свои магнитные свойства частично и в том случае, когда ток через обмотку обращается в нуль (т.н. остаточный магнетизм). Для ликвидации остаточной индукции железного сердечника электромагнита соединим с его обмоткой автотрансформатор АТ через ключ К. С помощью автотрансформатора установим силу тока, равной максимально допустимому по паспорту прибора значению, а затем уменьшим до нуля. Благодаря этому электромагнит размагничивается.

2. С помощью соответствующих регуляторов установим силу тока минимальной, а сопротивление реостата максимальным и

только после этого соединим обмотку электромагнита посредством ключа  $K$  с источником постоянного тока.

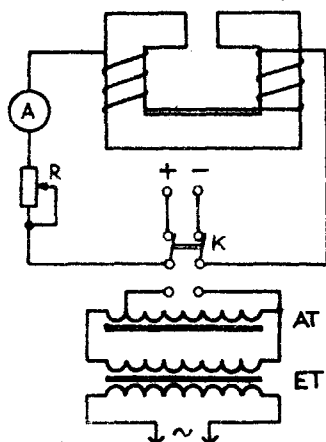


Рис. 4.

3. Соединим измерительную катушку  $B$  (рис. 3) с веберметром и поместим ее между полюсами магнита так, чтобы плоскость катушки была параллельна наконечникам и центр катушки совпадал более или менее с осью симметрии полюсов. С помощью корректора установим стрелку в начало шкалы веберметра. Стрелка не обязательно должна быть на нуле шкалы. Фиксируем начальное положение стрелки  $\alpha_1$  и удалим катушку из магнитного поля. Зарегистрируем новое показание стрелки  $\alpha_2$  и найдем  $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ . По формуле (22) вычислим  $\Phi_1 - \Phi_2$ , а затем величину  $B$ , учитывая, что  $\Phi_2 = 0$ .

Увеличиваем силу тока в обмотке электромагнита через интервалы, указанные в паспорте, до максимально допустимого значения, измеряя каждый раз величины потока и магнитной индукции. Нужно помнить, что в ходе измерений силу тока через обмотку электромагнита можно только увеличивать. Нет беды в том, что интервалы силы тока будут немного меньше или немного больше желаемых. Если же случайно произошло уменьшение тока, следует размагнитить электромагнит и начать измерения заново.



4. Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу. График градуировки электромагнита построим в координатах  $B-i$ , обозначив и коридор погрешностей.

#### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Что называют магнитной индукцией?
2. Дайте определение единиц измерения магнитной индукции.
3. Что называют магнитным потоком?
4. Что называют полным магнитным потоком?
5. Дайте определение единиц измерения магнитного потока.
6. Каковы признаки сходства и различия между веберметром и баллистическим гальванометром?
7. В каких единицах измеряется коэффициент пропорциональности в формуле  $(2I)$ ?
8. В каких условиях отклонение стрелки веберметра не зависит от сопротивления цепи измерительной катушки?
9. Какие особенности имеет ферромагнетик по сравнению с другими магнетиками?
10. Почему следует размагничивать сердечник электромагнита до градуирования?
11. Объясните сущность процесса размагничивания ферромагнетика с помощью переменного тока.
12. Как размагнитить ферромагнетик, если имеется в наличии только источник постоянного тока?
13. Почему при градуировании электромагнита силу тока можно только увеличивать?
14. Объясните принцип работы корректора веберметра.
15. Что нужно сделать, если при удалении измерительной катушки веберметра из магнитного поля стрелка отклоняется в нежелательном направлении?

#### Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 85-93.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 39-42, 49-54, 59, 62.

### 8.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

#### 1. Задание

Определить зависимость периода колебаний магнитной палочки от магнитной индукции и вычислить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли.

#### 2. Принадлежности

Прибор для измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли, амперметр (миллиамперметр), 2 реостата, компас, секундомер, ключ, источник тока, провода.

#### 3. Теоретическое введение

Магнитную индукцию неизвестного магнитного поля можно определить, наблюдая за колебаниями магнитной палочки (магнитной стрелки или контура с током).

Пусть магнитная палочка будет подвешена на неупругой нити или опираться на острие стержня так, чтобы центр инерции находился на продолжении оси нити или стержня (рис. 5).

Если магнитный момент палочки равен  $\vec{P}_m$  и она расположена в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , которое для нашего случая пусть будет горизонтально, то на палочку действует вращающий момент

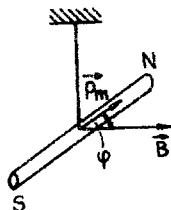


Рис. 5.

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}], \quad (23)$$

заставляющий палочку расположиться так, чтобы направление ее магнитного момента совпадало с направлением поля.

Уравнение движения палочки:

$$\mathcal{I} \ddot{\varphi} = -M, \quad (24)$$

где  $\varphi$  — угол поворота палочки и  $\mathcal{I}$  — момент инерции ее относительно вертикальной прямой, проходящей через центр масс, т.е. относительно оси вращения.

При составлении уравнения предполагалось, что моменты сил деформации и сопротивления пренебрежимо малы.

На основании формулы (23) можно написать

$$M = P_m B \sin \varphi. \quad (25)$$

Если угол поворота мал, то  $\sin \varphi \approx \varphi$ , что позволяет формулу (24) представить в виде

$$\mathcal{I} \ddot{\varphi} + P_m B \varphi = 0$$

или

$$\ddot{\varphi} + \frac{P_m B}{\mathcal{I}} \varphi = 0. \quad (26)$$

Обозначая  $\omega^2 = \frac{P_m B}{\mathcal{I}}$ , получим

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0. \quad (27)$$

Нетрудно проверить, что решением дифференциального уравнения (27) будет функция

$$\varphi = \varphi_m \sin(\omega t + \alpha). \quad (28)$$

Это означает, что выведенная из равновесия магнитная палочка начнет колебаться в однородном магнитном поле с угловой частотой  $\omega$ , амплитудой  $\varphi_m$  и начальной фазой  $\alpha$ . Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{P_m B}}. \quad (29)$$

Последняя формула и позволяет вычислить магнитную индукцию по измерениям периода колебаний магнитной палочки, если известно отношение момента инерции к магнитному моменту палочки, или же определить магнитный момент палочки, если известны момент инерции палочки и индукция магнитного поля.

В данной работе не даны ни момент инерции, ни магнитный момент. Поэтому можно действовать следующим образом. Поместим подвешенную на нити магнитную палочку в горизонтальный соленоид или в центр катушек Гельмгольца. При прохождении тока через обмотку в центре катушки возникает однородное магнитное поле, которое, складываясь с магнитным полем Земли, вызывает изменение магнитной индукции в месте нахождения палочки. Если ось катушек параллельна горизонтальной составляющей магнитного поля Земли  $B_m$ , то

$$B = B_m + B_p, \quad (30)$$

где  $B_p$  — индукция магнитного поля катушки. Знаки слагаемых в формуле (30) могут быть одинаковы или противоположны в зависимости от того, параллельны или антипараллельны поле катушек и горизонтальная составляющая магнитного поля Земли.

Индукция поля соленоида в центре соленоида

$$B_{ps} = \frac{\mu_0 N i}{\sqrt{l^2 + d^2}}, \quad (31)$$

где  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $N$  — число витков обмотки,  $l$  — длина обмотки,  $d$  — диаметр обмотки и  $i$  — сила тока.

Магнитная индукция поля в центре катушек Гельмгольца

$$B_{PH} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N^2 i}{R}, \quad (32)$$

где  $R$  - радиус колец катушки.

На основании формул (29) и (30) получим

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{\gamma}{P_m (B_m + B_p)}. \quad (33)$$

Формула (33) позволяет вычислить значение  $B_m$ , если известны две пары соответствующих значений  $T$  и  $B_p$ . Обозначая

$$\frac{P_m}{4\pi^2 \gamma} = A, \quad \frac{\mu_0 N}{\sqrt{e^2 + d^2}} = K_1 \quad \text{и} \quad \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 N}{R} = K_2 \quad (34)$$

и используя формулы (31) и (32), можно представить формулу (33) в виде зависимостей

$$\frac{1}{T^2} = A (B_m + K_1 i) \quad (35)$$

или

$$\frac{1}{T^2} = A (B_m + K_2 i), \quad (36)$$

графики которых - прямые в координатах  $1/T^2 - i$ .

В данной работе нужно определить экспериментально прямые (35) или (36) и по соответственно выбранным значениям  $T$  и  $i$  вычислить  $B_m$ .

#### 4. Ход работы

Основная часть установки — катушка вместе с магнитной палочкой. По рекомендации преподавателя используем соленоид или катушки Гельмгольца. Электрическая схема приведена на рис. 6. Один из реостатов  $R_1$  и  $R_2$  служит для грубой, другой для тонкой регулировки силы тока.

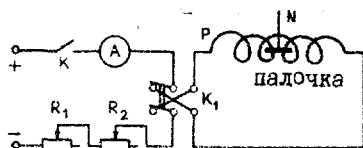


Рис. 6.

1. С помощью опорных винтов подставки, уровня и компаса установим ось катушки параллельно плоскости магнитного меридиана Земли. Прибор должен отстоять по возможности дальше от всех ферромагнитных тел. Оси реостатов установим перпендикулярно оси катушки (почему?). Составим цепь согласно схеме на рис. 6.

2. Подадим в цепь напряжение и установим значение силы тока, указанное в паспорте прибора. Направление протекания тока должно быть таким, чтобы направление магнитного поля катушки совпадало с направлением горизонтальной составляющей магнитного поля Земли (как в этом убедиться?). Приблизив временно к магнитной палочке какое-либо железное тело, приведем ее в колебание в горизонтальной плоскости. Вызывать колебание нужно осторожно во избежание качаний нити и колебаний палочки в вертикальной плоскости. Амплитуда колебаний тоже должна быть мала — около  $5^\circ$ . Только теперь измерим время 20 полных колебаний и вычислим период колебаний.

3. Будем уменьшать силу тока до нуля через интервалы, указанные в паспорте прибора, каждый раз определяя пе-

риод колебаний. До измерения периода нужно убедиться в том, что колебания стабилизировались и соответствуют используемой силе тока.

4. Изменим ключом  $K_1$  направление тока в катушке на противоположное и начнем с теми же интервалами увеличивать силу тока и измерять период колебаний, пока период не увеличится до бесконечности. Это случится, если поле катушки скомпенсирует горизонтальную составляющую поля Земли, что отвечает точке пересечения графика с осью силы тока. При дальнейшем увеличении силы тока магнитная палочка повернется на  $180^\circ$  и период с увеличением силы тока начнет уменьшаться. Силу тока увеличиваем до первоначального значения. Все результаты поместим в соответственно составленную таблицу, построим графики.

5. Для вычисления  $B_m$  можно использовать равные силы тока  $i$ , при которых горизонтальная составляющая магнитного поля Земли складывается с полем катушки один раз со знаком плюс, другой раз - со знаком минус. Если для одинаково направленных полей сила тока  $i$  соответствует период  $T_1$ , а для противоположно направленных - период  $T_2$ , то из формул (35) или (36) следует

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{\kappa_1 i + B_m}{\kappa_1 i - B_m} \quad (37)$$

или

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{\kappa_2 i + B_m}{\kappa_2 i - B_m} \quad (38)$$

Отсюда

$$B_m = \kappa_1 i \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_2^2 + T_1^2} \quad (39)$$

или

$$B_m = \kappa_2 i \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_2^2 + T_1^2} \quad (40)$$

В формулы (39) и (40) подставим значения  $T_1$  и  $T_2$  из графика, а не непосредственно измеренные.

6. Найдем наклоны  $AK_1$  или  $AK_2$  прямых функций (35) или (36) и зная  $K_1$  или  $K_2$ , вычислим отношение магнитного момента палочки к моменту инерции палочки.

### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Где находятся южный и северный магнитные полюсы Земли?
2. Как направлена вертикальная составляющая магнитного поля Земли в месте вашего местонахождения?
3. Что называют магнитным меридианом Земли?
4. Что называют магнитным моментом контура с током?
5. Что называют магнитным моментом магнитной палочки?
6. Выведите формулу момента вращения, действующего на контур тока в магнитном поле.
7. Выведите формулы (31) и (32).
8. Что называют напряженностью магнитного поля?
9. Дайте определение единиц магнитной индукции и напряженности магнитного поля.
10. Опишите методы измерения индукции магнитного поля.

### Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 75-88.

### 9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

При создании в веществе магнитного поля оно намагничивается, создавая дополнительное поле, индукция которого пусть будет  $\vec{B}'$ . Если магнитная индукция первоначального поля была  $\vec{B}_0$ , то индукция результирующего поля

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad (I)$$



Магнитные свойства вещества характеризует его относительная магнитная проницаемость  $\mu$ , которая показывает, во сколько раз магнитная индукция результирующего поля отличается от индукции намагничивающего поля

$$\mu = \frac{B}{B_0} \quad (2)$$

Наряду с вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  для описания магнитного поля используют вектор

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \quad (3)$$

который называют напряженностью магнитного поля. В формуле (3)  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\vec{J}$  — намагниченность или магнитный момент единицы объема. В вакууме и в некоторых случаях и в веществе

$$\vec{H} = \vec{H}_0, \quad (4)$$

где  $\vec{H}_0$  — напряженность намагничивающего поля.

По магнитным свойствам вещества подразделяют на три большие группы: диамагнетики ( $\mu < 1$ ), парамагнетики ( $\mu > 1$ ) и ферромагнетики ( $\mu \gg 1$ ). С точки зрения практического применения наиболее важны ферромагнетики. Дополнительно к большой магнитной проницаемости для ферромагнетиков характерна зависимость проницаемости от напряженности магнитного поля (следовательно, и нелинейность функции  $B = f(H)$ ), гистерезис, магнитострикция, зависимость намагниченности от температуры и т.д. Все эти обстоятельства следует учитывать при исследовании ферромагнетиков. Учитывать надо и форму магнетика, поскольку значения величин, характеризующих вещество, можно получить только для ферромагнетиков определенной формы, например, когда они являются сердечниками тороидальной обмотки.

В данной работе нужно ознакомиться с двумя методами определения кривой намагничивания (т.е. зависимости  $B=f(H)$ ) и исследования гистерезиса.

## 9.1. ИЗУЧЕНИЕ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

### 1. Задание

Исследовать кривую намагничивания ферромагнетика, петлю гистерезиса и зависимость относительной магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля.

### 2. Принадлежности

Тороиды из исследуемого вещества вместе с обмотками, нормальный соленоид, баллистический гальванометр, три магазина сопротивлений, два реостата, два амперметра, источник тока, ключи, провода.

### 3. Теоретическое введение

Зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля можно исследовать несколькими методами. В данной работе используем широко распространенный баллистический метод. Этот метод позволяет с помощью простых средств получить удовлетворительные количественные результаты.

Сущность баллистического метода заключается в следующем. Баллистический гальванометр подключается к катушке, помещенной в магнитное поле. Размеры измерительной катушки определяются степенью неоднородности исследуемого магнитного поля. Чем однороднее поле, тем больше могут быть размеры катушки.

Если ось катушки параллельна магнитному полю, то полный магнитный поток через катушку

$$\Psi = B S N,$$

где  $S$  - площадь сечения каждого витка,  
 $N$  - число витков измерительной катушки.

При изменении полного магнитного потока в катушке индуцируется э.д.с. индукции

$$\mathcal{E} = - \frac{d\psi}{dt}$$

и через катушку протекает ток

$$i = \frac{dq}{dt} = - \frac{1}{R} \frac{d\psi}{dt},$$

где  $q$  - заряд,  $R$  - сопротивление цепи гальванометра.

Отсюда следует, что при изменении полного магнитного потока на  $\Delta\psi$  через гальванометр протекает заряд

$$q = \frac{\Delta\psi}{R}.$$

Максимальное отклонение зайчика баллистического гальванометра, как известно (см. работу 7), пропорционально заряду, протекающему через обмотку гальванометра, если время протекания заряда значительно меньше периода собственных колебаний измерительной системы гальванометра. Поэтому, если полный магнитный поток через сечение катушки, соединенной с гальванометром, изменять достаточно быстро, показания гальванометра будут пропорциональны изменению потока. Из максимального отклонения зайчика гальванометра можно вычислить изменение магнитного потока и из последнего - магнитную индукцию.

Магнитный поток в измерительной катушке можно изменять путем изменения положения катушки или силы тока, создающего магнитное поле. При изучении магнитного поля, создаваемого током, последний метод более удобен. Если сила тока в намагничивающей катушке изменяется от значения  $i_1$  до значения  $i_2$ , вызывая изменение индукции от значения  $B_1$  до значения  $B_2$ , то изменение полного магнитного потока через обмотку

$$\Delta\psi = N S (B_1 - B_2) = q R, \quad (6)$$

откуда

$$\Delta B = \frac{R}{NS} q. \quad (7)$$

При коммутации тока направление вектора магнитной индукции изменяется на противоположное и это вызывает изменение полного магнитного потока

$$\Delta \Psi = 2BSN = qR, \quad (8)$$

откуда

$$B = \frac{R}{2SN} q. \quad (9)$$

На часть исследуемого тороида, непосредственно на его поверхность, помещена измерительная обмотка из тонкой проволоки, концы которой могут подключаться к гальванометру. Намагничивающая обмотка намотана равномерно по всему тороиду. Коммутация тока в намагничивающей катушке вызывает импульс тока в измерительной обмотке. Протекающий при этом через гальванометр заряд вычисляется из отклонения зайчика, если известна чувствительность гальванометра. На основании формулы (7) вычисляется значение  $\Delta B$  или по формуле (9) значение индукции  $B$ , если имеет место коммутация тока.

Необходимую для нахождения зависимости  $B = f(H)$  напряженность магнитного поля находят из формулы

$$H = ni, \quad (10)$$

где  $n$  — число витков на единицу длины тороида.

Обычно баллистический гальванометр не градуируют для измерения заряда, а сводят все измерения к сравнению магнитной индукции данного магнетика с индукцией известного магнитного поля. "Эталонном" магнитного поля в этой работе служит поле в

длинном, плотно намотанном соленоиде без сердечника. Напряженность магнитного поля в так называемом нормальном соленоиде вычисляется также по формуле (10). В центре соленоида находится короткая измерительная катушка, подключаемая к гальванометру.

Пусть коммутация тока в нормальном соленоиде вызывает максимальное отклонение зайчика баллистического гальванометра на  $\beta$ . Это отклонение пропорционально изменению магнитного потока измерительной катушки нормального соленоида

$$\Delta \Psi = 2 B S_n N_n' = 2 \mu_0 n' i S_n N_n' = A \beta, \quad (II)$$

где  $B$  - магнитная индукция внутри соленоида,  $S_n$  - площадь витка измерительной катушки соленоида,  $N_n'$  - число витков в измерительной катушке,  $n'$  - число витков на единицу длины нормального соленоида,  $A$  - баллистическая постоянная измерительной системы. Из последней формулы

$$A = 2 \mu_0 n' S_n N_n' \frac{i}{\beta}. \quad (I2)$$

Пусть показание гальванометра при работе с тороидом равно  $\alpha$ . Изменение полного магнитного потока

$$\Delta \Psi = 2 B S_t N_t = A \alpha,$$

где  $S_t$  - площадь витка измерительной катушки тороида,  $N_t$  - число витков измерительной катушки тороида. Отсюда

$$B = \frac{A}{2 S_t N_t} \alpha = A' \alpha, \quad (I3)$$

где

$$A' = \frac{A}{2 S_t N_t} \quad (I4)$$

#### 4. Ход работы

I. Для проведения измерений описанным выше методом соберем цепь согласно схеме на рис. I.

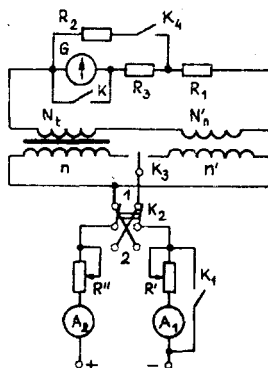


Рис. I.

Во избежание повреждения гальванометра ключ  $K$  пусть будет замкнут. Ключ  $K_2$  служит для коммутации тока, а ключ  $K_4$  для закорачивания тока на участке цепи с реостатом  $R'$ . При помощи ключа  $K_3$  в цепь включают или тороид (положение T), или соленоид (положение S). С помощью реостатов  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  можно подобрать подходящий режим работы гальванометра.

Как известно, удобнее всего работать с гальванометром в режиме, близком к критическому (см. работу 7). Для отыскания критического режима необходимо разомкнуть ключ  $K_4$ , установить  $R_3 = 0$  и выбрать из магазина  $R_1$  такое сопротивление  $R_1^0$ , при котором световой зайчик гальванометра движется к положению равновесия аperiодически в течение самого короткого промежутка времени (см. работу 7). Теперь внешнее сопротивление цепи гальванометра, которое образует  $R_1^0$  вместе с сопротивлениями  $Z_n$  и  $Z_t$  последовательных с ним измеритель-

ных катушек нормального соленоида и тороида, равно внешнему критическому сопротивлению гальванометра:

$$R_K = R_1^0 + z_n + z_t = R_1^0 + z_m,$$

где

$$z_m = z_n + z_t$$

Если в ходе измерений потребуется уменьшить чувствительность гальванометра в  $m$ - раз по сравнению с нормальной его чувствительностью (т.е. тогда, когда  $R_2 = \infty$ ,  $R_3 = 0$  и  $R_1 = R_1^0$ ) следует, оставив полное сопротивление цепи прежним и сохраняя критический режим работы гальванометра, выбрать сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  следующим образом:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{m(z_g + R_1^0) - z_m}{m+1}, \\ R_2 &= \frac{m(z_g + z_m + R_1^0)}{m^2 - 1}, \\ R_3 &= \frac{m(z_m + R_1^0) - z_g}{m+1}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $z_g$  - сопротивление гальванометра.

Как видно из рисунка I, измерительные обмотки тороида и нормального соленоида включены в цепь гальванометра одновременно. При выводе всех приведенных выше формул предполагается, что сопротивление цепи гальванометра остается постоянным в течение всего процесса измерений. Это требование необходимо выполнять.

2. Проградулируем баллистический гальванометр с помощью нормального соленоида. Желательно сначала использовать в цепи тороид из неферромагнетика ("черное кольцо"). Магазин сопротивлений  $R_3$  пусть будет закорочен, ключ  $K_4$  разомкнут. Из магазина  $R_1$  выберем такое сопротивление  $R_1^0$ , которое обеспечивает критический режим работы гальванометра. Ключ  $K_1$

пусть будет замкнут, ключ  $K_3$  в положении  $S$ .

При градуировании соленоида пропустим через обмотку питания нормального соленоида ток, сила которого не должна превышать указанную в паспорте. Силу тока следует регулировать реостатом  $R''$ . Максимальное отклонение зайчика гальванометра зарегистрируем после того, как с помощью ключа  $K_2$  быстро изменим направление тока. Для одного и того же значения силы тока показание гальванометра зафиксируем два раза. В случае большого расхождения отклонений зайчика для одного и того же тока увеличим число регистраций от трех до пяти. Аналогичные измерения выполним для пяти значений силы тока, занося все результаты в таблицу. Затем найдем среднее значение отношения  $i/\beta$  и вычислим постоянные  $A$  и  $A'_m$ , где  $A'_m$  — постоянная, соответствующая тороиду с черным кольцом.

3. Не изменяя чувствительности гальванометра, исследуем тороид, который сделан из неферромагнетика. Методика измерений та же, что и в предыдущем пункте. Переведем ключ  $K_3$  в положение  $T$ , пропустим ток через обмотку тороида и после его коммутации ключом  $K_2$  зафиксируем максимальное отклонение светового зайчика гальванометра. Измерения выполним по крайней мере при пяти значениях тока так, чтобы охватывалась вся шкала гальванометра. Ток питания не должен превосходить значения, указанного в паспорте тороида. Затем вычислим значения  $B$ ,  $H$  и  $M$ , помещая все результаты измерений и вычислений в таблицу. Построим графики зависимостей  $B = f(H)$  и  $M = f(H)$ .

4. При изучении тороида из ферромагнетика следует значительно уменьшить чувствительность гальванометра (обратимся к преподавателю). Вычислив и выбрав затем из магазинов подходящие значения  $R_1$ ,  $R_2$ , и  $R_3$  ( $R_1$  должно быть таким, чтобы и при работе с тороидом из ферромагнетика  $K_1 + Z_m = R_K$ ), можем приступить к измерениям.

5. Перед тем как приступить к определению кривой намагничивания ферромагнетика нужно ликвидировать остаточную намагниченность материала. Для этого через обмотку питания тороида пропускают максимальный в условиях этого опыта ток (см. паспорт тороида) и непрерывно коммутируя ток ключом  $K_2$ , с помощью реостата  $R''$  уменьшают ток практически до нуля. По-



сколькx одновременно коммутировать и уменьшать ток неудобно, то можно размагничивание производить и по-другому: уменьшать силу тока ступенями, совершая после каждой ступени около десятка коммутаций тока. В течение всей этой процедуры ключ  $K$  гальванометра должен быть замкнут.

6. Измерение индукции начнем с возможно слабых токов, помня, что любой кратковременный случайный сильный ток существенно изменяет ход кривой намагничивания, и тогда необходимо снова размагнитить тороид. В ходе измерений можно только увеличивать силу тока! Будьте осторожны при регулировке реостата  $R''$ !

Индукцию измерим по схеме, указанной в пункте 3, по крайней мере при 20 различных значениях силы тока, причем при более слабых токах изменяем силу тока меньшими ступенями (диапазон изменения тока приведен в паспорте тороида).

Магнитную индукцию вычислим по формуле, следующей из (13)

$$B = A'' \alpha, \quad (16)$$

где  $A'' = A'_{fe} \cdot m$

$A'_{fe}$  — коэффициент пропорциональности вместо постоянной  $A'$  для измерительной обмотки ферромагнитного тороида.

В дополнение к магнитной индукции вычислим напряженность магнитного поля и относительную магнитную проницаемость. Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу. Следует приписать значения постоянных  $A'_{fe}$  и  $A''$ . Величины, необходимые для их расчета, надо взять из паспорта тороида, постоянная  $A$  определена в пункте 2 настоящей работы. В заключение построим графики зависимостей  $B = f(H)$  и  $\mu = f(H)$ .

7. Для снятия петли гистерезиса ферромагнетика намагнитим его до насыщения. Пусть насыщению отвечают индукция  $B_m$ , напряженность намагничивающего поля  $H_m$  и сила намагничивающего тока  $i_m$ . Силу тока будем регулировать реостатом  $R''$ , ключи  $K$  и  $K_1$  замкнем, ключ  $K_2$  установим в положение Т и ключ  $K_2$  — например, в положение I. Затем разомкнем ключ  $K_1$  и отрегулируем силу тока реостатом  $R'$  до значения  $i_x$  не-

много меньшего, чем  $i_m$ , соответствующее значение напряженности будет  $H_x$  и индукции  $B_x$ . Теперь замкнем ключ  $K_1$  и изменим направление тока ключом  $K_2$  примерно 10 раз, оставив ключ по окончании коммутирования снова в положении I. Тем самым добиваемся того, что вершина петли гистерезиса, которая соответствует первой четверти в системе координат  $H$  и  $B$ , лежит на кривой намагничивания. Описанную процедуру называют предварительной обработкой ферромагнетика.

После предварительной обработки ферромагнетика разомкнем ключ  $K$  и проверим нуль светового зайчика. Затем разомкнем ключ  $K_1$  и зарегистрируем отклонение светового зайчика гальванометра. Изменение магнитной индукции, вызвавшей это отклонение, согласно формулам (7), (13) и (16):

$$\Delta B = B_m - B_x = 2 A'' \alpha,$$

откуда

$$B_x = B_m - 2 A'' \alpha. \quad (17)$$

После определения первой точки верхней части петли гистерезиса уменьшим силу тока с помощью  $R'$  до новых значений и повторим описанную процедуру (предварительная магнитная обработка, проверка нуля гальванометра и регистрация отклонения зайчика при размыкании ключа  $K_1$ ), пока не достигнем минимального значения силы тока. Для нахождения остаточной индукции  $B_s$  разомкнем с помощью ключа  $K_2$  цепь питания предварительно обработанного тороида и зарегистрируем отклонение светового зайчика. Остаточную индукцию вычислим по формуле (17).

Части петли гистерезиса, попадающие во вторую и третью четверти плоскости координат, найдем так же, как и в случае первой четверти, с той лишь разницей, что после предварительной магнитной обработки током  $i_m$  и последующего размыкания ключа  $K_1$  переведем ключ  $K_2$  сразу из положения I в положение 2. Зарегистрируем отклонение зайчика гальванометра и вычислим  $B_x$  из формулы 17. Измерения начнем с возможно ма-

лых значений силы тока и продолжим до достижения тока насыщения  $i_m$ . Особенно малыми ступенями следует изменять силу тока питания в области быстрого изменения магнитной индукции. Для нахождения вершины петли гистерезиса переведем ключ  $K_2$  после предварительной обработки тороида током  $i_m$  из положения 1 в положение 2. Индукцию  $B_m$ , соответствующую насыщению, вычислим по формуле (16).

Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу. По полученным данным построим график в той же координатной плоскости, в которой построена кривая намагничивания. Другую половину петли гистерезиса построим, исходя из симметрии относительно первой половины. По петле гистерезиса определим остаточную магнитную индукцию ферромагнетика и коэрцитивную силу.

## 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Как найти индукцию  $B'$  дополнительного поля для бесконечно длинного цилиндра или тороида внутри тороидальной обмотки?

2. Как связана относительная магнитная проницаемость с магнитной восприимчивостью?

3. Обоснуйте формулу (3), определяющую понятие напряженности магнитного поля.

4. В каком случае напряженность магнитного поля в веществе равна напряженности  $H_0$  намагничивающего поля? Докажите это.

5. Что называют размагничивающим фактором?

6. В каких случаях размагничивающий фактор можно вычислить теоретически?

7. Чем определяются магнитные свойства атома?

8. Что называют гиромагнитным отношением?

9. В чем заключаются магнитомеханический и механоманитный эффекты?

10. В чем заключается опыт Штерна-Герлаха?

11. В чем заключается диамагнитный эффект?

12. Какие вещества называются диамагнитными?

13. Опишите явление парамагнетизма.

14. Какие особенности присущи ферромагнетику по сравнению с парамагнетиком?
15. Опишите явление ферромагнетизма.
16. Как петля гистерезиса характеризует ферромагнетики?
17. Выведите формулу (10).
18. Выведите формулу (5).
19. В каких единицах измеряются  $A$ ,  $A'$  и  $A''$ ?
20. Выведите формулы (15).

### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 51-59, 68.
2. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 103-119.

## 9.2. ОСЦИЛЛОГРАФИРОВАНИЕ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА ФЕРРОМАГНЕТИКА

### 1. Задание

Снятие петли гистерезиса ферромагнетиков с помощью осциллоскопа. Нахождение остаточной индукции, коэрцитивной силы и зависимостей  $B = f(H)$  и  $\mu = f(H)$ .

### 2. Принадлежности

Электронный осциллоскоп, тороиды из ферромагнетиков с тороидальными измерительными обмотками и обмотками питания, амперметр (миллиамперметр), конденсатор, резисторы, трансформатор, автотрансформатор, провода.

### 3. Теоретическое введение

Одной из характерных особенностей ферромагнетиков является гистерезис. Явление гистерезиса заключается в том, что ин-

дукция магнитного поля в магнетике зависит не только от того магнитного поля, в которое помещен ферромагнетик, но и от того, каким было предварительное магнитное состояние материала.

Явление гистерезиса характеризуется петлей гистерезиса ферромагнетика, т.е. графиком зависимости  $B = f(H)$  при перемагничивании ферромагнетика. Площадь петли пропорциональна энергии, необходимой для перемагничивания ферромагнетика. Вследствие этого петля гистерезиса — существенная характеристика ферромагнетика. На основании петли гистерезиса ферромагнетики подразделяют на мягкие и жесткие, по петле можно определить коэрцитивную силу и остаточную индукцию ферромагнетика, по серии петель гистерезиса можно найти кривую намагничивания и на основании последней — относительную магнитную проницаемость, магнитную восприимчивость ферромагнетика и зависимость намагниченности от напряженности магнитного поля.

Для нахождения петли гистерезиса применяются разные методы. Одним из наиболее удобных и быстрых считается осциллографический метод, хотя он и не отличается особой точностью.

Для осциллографирования петли гистерезиса можно использовать цепь по схеме на рис.2. Торойд  $T$  изготовлен из иссле-

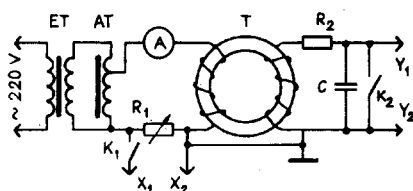


Рис. 2.

дуемого ферромагнетика. Торoidalную первичную обмотку торойда питают через разделительный трансформатор ET и автотрансформатор AT синусоидальным током. Цепь первичной обмотки содержит еще амперметр (миллиамперметр) и низ-

коомный резистор  $R_1$ . Со вторичной обмоткой соединены конденсатор  $C$  и высокоомный резистор  $R_2$ .

Напряжение  $u_1$  на резисторе  $R_1$  находится в фазе с током  $i_1$ , в силу чего

$$u_1 = i_1 R_1. \quad (18)$$

Поскольку напряженность магнитного поля в тороиде

$$H = n_1 i_1, \quad (19)$$

где  $n_1$  — плотность витков первичной обмотки, то

$$u_1 = \frac{R_1}{n_1} H, \quad (20)$$

т.е. напряженность магнитного поля пропорциональна падению напряжения на резисторе  $R_1$ .

Мощность, потребляемая вторичной обмоткой, должна быть настолько малой, чтобы возникающий здесь вторичный ток оставался незначительным и тем самым отсутствовало его обратное действие на магнитную индукцию. Соотношение между  $R_2$  и  $C$  должно удовлетворять условию  $R_2 \gg \frac{1}{\omega C}$ . В таком случае можно записать с достаточной точностью

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R_2}, \quad (21)$$

где  $\mathcal{E}_2$  — индуцируемая во вторичной обмотке э.д.с. и  $i_2$  — сила тока в ней.

Абсолютная величина индуцируемой во вторичной обмотке электродвижущей силы

$$\mathcal{E}_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 S \frac{dB}{dt},$$

где  $N_2$  - число витков вторичной обмотки,  
 $\Phi$  - магнитный поток, пронизывающий один виток  
 вторичной обмотки,  
 $B$  - магнитная индукция в тороиде,  
 $S$  - площадь витка вторичной обмотки.

Напряжение на обкладках конденсатора

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i_2 dt = \frac{1}{R_2 C} \int \mathcal{E}_2 dt = \frac{N_2 S}{R_2 C} B. \quad (22)$$

Из этой формулы следует, что напряжение на конденсаторе пропорционально магнитной индукции в тороиде. Отсюда можно утверждать, что, подав напряжение с резистора  $R_1$  к X-входу, а с конденсатора  $C$  к Y-входу осциллоскопа, получим на экране осциллоскопа петлю гистерезиса в соответствующем масштабе.

Помимо осциллографирования петли гистерезиса в этой работе необходимо определить кривую намагничивания, коэрцитивную силу, остаточную индукцию и график зависимости  $\mu(H)$ . Для этого следует проградуировать осциллоскоп.

Для градуировки на вход осциллоскопа подают известное напряжение. При использовании осциллоскопа СИ-48Б напряжение берется с соответствующих клемм на передней панели прибора. Пусть под действием напряжения  $U_0$  отклонение электронного луча на экране по горизонтальной оси равно  $x_0$  и по вертикальной оси составляет  $y_0$ . Градуировочные коэффициенты для X- и Y-входов по напряжению будут соответственно

$$m_x = \frac{U_0}{x_0} \quad \text{и} \quad m_y = \frac{U_0}{y_0}. \quad (23)$$

Амплитудные значения напряженности и индукции магнитного поля выразятся теперь формулами:

$$H = \frac{m_x n_1}{2 R_1} \chi_H = k_x \chi_H \quad (24)$$

и

$$B = \frac{m_y R_2 C}{2 N_2 S} \psi_B = k_y \psi_B, \quad (25)$$

где  $\chi_H$  и  $\psi_B$  — полные развертки электронного луча в направлениях осей  $X$  и  $Y$  под действием напряжений, пропорциональных напряженности и индукции магнитного поля. Градуировочные коэффициенты  $X$ - и  $Y$ -входов по напряженности и индукции магнитного поля будут соответственно

$$k_x = \frac{m_x n_1}{2 R_1} \quad \text{и} \quad k_y = \frac{m_y R_2 C}{2 N_2 S}. \quad (26)$$

Примечание. Для градуирования осциллоскопа можно также использовать и напряжения на резисторе  $R_1$  и конденсаторе  $C$ . В первую очередь надо убедиться в том, что они изменяются синусоидально (как это сделать?). Если это так, измеряют соответствующие напряжения ламповым вольтметром и находят коэффициенты  $k_x$  и  $k_y$ . Следует учесть, что ламповый вольтметр измеряет эффективные значения напряжения.

Если форма напряжения искажена, то необходимо пропустить ток через резистор  $R_1$  при отключенной первичной обмотке. По образовавшемуся на  $R_1$  напряжению, которое можно измерить вольтметром или вычислить по силе тока и сопротивлению  $R_1$ , можно проградуировать оба входа осциллоскопа.

#### 4. Ход работы

1. Соберем цепь согласно схеме на рис. 2. После проверки схемы преподавателем подадим на нее напряжение и отрегулируем силу тока до значения, указанного в паспорте тороида.

2. Ручками управления осциллоскопа добиваемся возникно-



вения на экране осциллоскопа четкой петли гистерезиса, так чтобы она точно уместилась на измерительной сетке экрана. (Усиление X-входа осциллоскопа С1-48Б не регулируемо. Для получения необходимой развертки следует подходящим образом выбрать значение  $R_1$ ).

После регулировки осциллоскопа нанесем петлю гистерезиса мягким карандашом на кальку или сфотографируем ее. Для получения осей попеременно выключим напряжения X- и Y-входов (разомкнем ключ  $K_1$  или замкнем ключ  $K_2$ ).

3. Проградуировем осциллоскоп. Для этого приложим калибровочное напряжение с передней панели осциллоскопа (см. примечание в конце § 3) сначала к X-, затем к Y-входу и определим развертки  $X_0$  и  $Y_0$ . Попробуем по возможности избежать ошибки на параллакс (как?!). Вычислим градуировочные коэффициенты  $m_x$  и  $m_y$ , а затем  $K_x$  и  $K_y$ . К коэффициентам обязательно должны быть приписаны единицы измерений.

4. Определим координаты вершин петель гистерезиса для ряда убывающих дискретных значений силы тока питания. Начнем с максимального значения допустимого тока тороида. Выключим поочередно напряжения с X- и Y- входов осциллоскопа (замыкаем ключ  $K_2$ , затем размыкаем ключ  $K_1$ , предварительно разомкнув ключ  $K_2$ ). Определим развертки  $X_H$  и  $Y_B$  (обратить внимание на параллакс!) и по формулам (24) и (25) вычислим  $H$  и  $B$ . Такие измерения сделаем по крайней мере десять раз, причем должен быть охвачен весь диапазон токов питания, указанный в паспорте тороида. Если размеры петли при слабых токах становятся слишком малыми для измерения, то можно изменять чувствительность Y-входа ступенями. Естественно, это следует учесть при расчете  $B$  по формуле (25).

5. Вычислим относительную магнитную проницаемость ферромагнетика при всех напряженностях магнитного поля. Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу.

6. На одну и ту же координатную плоскость нанесем графики намагничивания и функции  $\mu = f(H)$ . По графику найдем максимальное значение относительной проницаемости и соответствующие ему значения напряженности и индукции магнитного поля. Вычислим для этих условий магнитную восприимчивость  $\chi_{\text{max}}$ .

и намагнитченность  $j_{\max}$ . По петле гистерезиса найдем коэрцитивную силу и остаточную индукцию.

#### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Ответьте на вопросы I-I7 и 2I работы 9.I.
2. Докажите, что площадь петли гистерезиса пропорциональна энергии, необходимой для перемагничивания ферромагнетика.
3. Как располагается кривая намагничивания относительно серии петель гистерезиса?
4. Как определить с помощью кривой намагничивания напряженность и индукцию магнитного поля, соответствующие максимуму относительной проницаемости?
5. Какие ферромагнетики называют мягкими, какие жесткими?
6. Какие вещества называют ферритами?
7. В формулах (24) и (25) через  $H$  и  $B$  обозначены амплитудные значения напряженности и индукции магнитного поля. Означают ли они то же самое в формулах (20) и (22)?
8. Выведите формулы (24) и (25).
9. Выведите формулы для вычисления градуировочных коэффициентов  $K_x$  и  $K_y$ , если для градуирования использовалось синусоидальное напряжение, эффективное значение которого  $U$ .

#### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 51-59, 68.
2. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 103-119.

## 10. ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Исходные сведения о зонной теории. Зонная теория является результатом применения квантовомеханических методов к электронам в кристалле. В системе из  $N$  атомов, находящихся на достаточно больших расстояниях друг от друга,  $N$  электронов, занимающих одни и те же уровни энергии в атомах, обладают одинаковой энергией. При образовании кристалла атомы сближаются и усилившееся взаимодействие между ними приводит к расщеплению каждого атомного уровня на  $N$  близстоящих, но не перекрывающихся уровней, совокупности которых образуют разрешенные энергетические зоны кристалла. Зону, соответствующую основному состоянию валентных электронов, называют валентной зоной, выше нее расположенную первую зону — зоной проводимости, она образуется из уровней возбужденного состояния валентных электронов. Валентная зона и зона проводимости разделены запрещенной зоной.

Распределение электронов по энергиям в кристалле (т.е. заполнение зон и уровней) подчиняется статистике Ферми-Дирака и определяется функцией распределения

$$f(W) = \frac{1}{\exp(W - W_F)/kT + 1}. \quad (1)$$

Функция  $f(W)$  определяет вероятность заполнения электронами уровня с энергией  $W$ ,  $W_F$  — параметр системы, который называют энергией Ферми, соответствующий ей энергетический уровень называют уровнем Ферми. Энергия  $W_F$  совпадает со значением химического потенциала кристалла. Из (1) следует, что  $f(W_F) = 1/2$  для любой температуры  $T \neq 0$  К. При  $T = 0$  К функция  $f(W) = 1$ , если  $W < W_F$ ; если  $W > W_F$ , то  $f(W) = 0$ . Таким образом, при абсолютном нуле температуры все уровни ниже уровня Ферми заполнены, а все уровни выше уровня Ферми — не заполнены. По мере повышения температуры график функции распределения вблизи уровня Ферми становится более пологим

(рис. I). Уровни, энергия которых на величину порядка  $kT$  меньше  $W_F$ , опустошаются, а уровни, расположенные на столько же выше уровня Ферми, частично заполняются электронами.

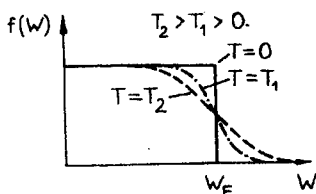


Рис. I.

Металл. Диэлектрик. Полупроводник. Электропроводность кристалла в основном определяется степенью заполнения валентной зоны и шириной запрещенной зоны. Действительно, если все уровни энергии в зоне заполнены электронами, то, как следует из принципа Паули, такие электроны не вносят вклада в электропроводность, так как они не могут приобретать нужную для поступательного движения энергию от внешних источников, не выходя из данной энергетической зоны.

Исходя из этого можно объяснить особенности проводимости металлов, полупроводников и диэлектриков. На рисунке 2 приведены энергетические зоны и функции распределения Ферми-Дирака для металла (а) и полупроводника (б). В металле валентная зона частично заполнена или перекрывается со следующей разрешенной зоной (рис. 2, а). Валентная зона диэлектрика заполнена полностью, а запрещенная зона настолько широка, что энергии теплового движения и приложенного электрического поля недостаточно для перевода электронов в зону проводимости.

Для полупроводников характерно существование полностью заполненной при  $T = 0$  К валентной зоны (рис. 2, б) и наличие узкой запрещенной зоны. Поэтому уже при сравнительно невысоких температурах часть валентных электронов освобождает-

ся от связей с атомами за счет тепловой энергии решетки. На зонной схеме это означает переход электрона из валентной зоны в зону проводимости. Квантовомеханический анализ процесса показывает, что появившиеся при этом свободные места в валентных связях ведут себя как положительные свободные носители заряда. Уравнения, описывающие их движение, аналогичны уравнениям для электронов в зоне проводимости. Такие положительные носители заряда называются дырками.

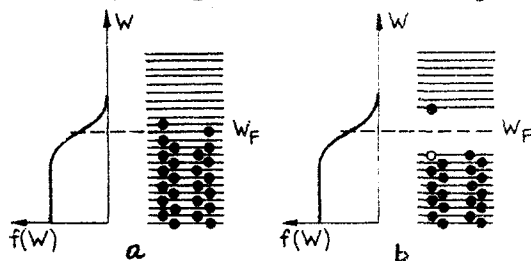


Рис. 2.

Собственная проводимость. Температурная зависимость собственной проводимости. Полупроводник, проводимость которого определяется возбужденными из валентной зоны в зону проводимости электронами и дырками, число которых равно числу свободных электронов в валентной зоне, называется собственным полупроводником, а соответствующий тип проводимости — собственной проводимостью. Собственную проводимость имеют чистые полупроводниковые материалы. В общем случае удельная проводимость полупроводника выражается формулой:

$$\sigma = e n_e k_e + e n_p k_p,$$

где  $e$  — заряд электрона,  $n_e$  и  $n_p$  — соответственно концентрация электронов в зоне проводимости и концентрация дырок в валентной зоне (т.е. концентрации таких электронов и дырок, энергия которых попадает соответственно в зону проводимости и в валентную зону),  $k_e$  и  $k_p$  — подвижности электронов и дырок. В собственном полупроводнике  $n_e = n_p = n_i$  и собственная проводимость

$$b_i = n_i e (k_e + k_p). \quad (2)$$

Температурную зависимость удельной проводимости собственного полупроводника можно обосновать следующими общими соображениями. Число электронов  $\Delta n_{vc}$ , переходящих в единицу времени за счет тепловой энергии кристаллической решетки из валентной зоны в зону проводимости, пропорционально плотности состояний валентной зоны и зоны проводимости, а также вероятности того, что в решетке имеется частица с тепловой энергией, равной ширине запрещенной зоны:

$$\Delta n_{vc} = \beta N_c N_v \exp\left(-\frac{\Delta W}{kT}\right), \quad (3)$$

где  $\beta$  — коэффициент пропорциональности,  $N_c$  и  $N_v$  — плотности состояний соответственно в зоне проводимости и в валентной зоне,  $\Delta W$  — ширина запрещенной зоны,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура.

Если в соответствующих зонах появились свободные электроны и дырки, то обязательно имеет место обратный процесс — рекомбинация. Число пар электрон-дырка, рекомбинирующих в единице объема за единицу времени, будет:

$$\Delta n'_{ev} = \mu n_i^2, \quad (4)$$

где

$\mu$  — коэффициент рекомбинации.

Равновесная концентрация носителей заряда в зонах может установиться только при  $\Delta n_{vc} = \Delta n'_{ev}$ , откуда

$$n_i = \sqrt{\frac{\beta}{\mu}} (N_c N_v)^{1/2} \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right). \quad (5)$$

Теоретический анализ показывает, что  $\beta = \mu$ , а величина

на  $(N_c N_v)^{1/2}$  в большинстве полупроводников изменяется с температурой значительно слабее, чем экспоненциальный множитель. Поскольку в области собственной проводимости можно пренебречь и температурной зависимостью подвижностей, из формул (2) и (5) получим

$$\sigma_i \approx A \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right), \quad (6)$$

где  $A$  постоянная величина. Логарифмируя формулу 6, получим выражение:

$$\ln \sigma_i \approx \ln A - \frac{\Delta W}{2k} \frac{1}{T}, \quad (7)$$

из которого видно, что наклон прямой  $\ln \sigma \left(\frac{1}{T}\right)$  определяется шириной запрещенной зоны. Формула (6) действительна только для собственных полупроводников. Для понимания температурной зависимости проводимости реальных полупроводников следует рассмотреть влияние примесей на проводимость полупроводников.

Примесный полупроводник. Примесная проводимость. На практике оказывается, что концентрация свободных носителей заряда в полупроводниках в широком интервале температур намного превышает собственную и существенно слабее зависит от температуры, а часто совсем не изменяется в области очень низких температур. Это связано с электрической активностью нарушений идеальной периодической структуры полупроводниковых кристаллов — примесей, вакансий, межузельных атомов — со способностью их поставлять электроны и дырки в зоны под действием энергий значительно меньших, чем ширина запрещенной зоны в собственном полупроводнике. Поясним сказанное на примере типичного полупроводника — германия, расположенного в IV подгруппе таблицы Менделеева. Каждый из его атомов имеет четыре валентных электрона. Благодаря парно-электронному (ковалентному) взаимодействию соседних атомов, его валентная зона сказывается полностью занятой.

Замещение в единичном объеме  $N_d$  атомов основного вещества атомами некоторого элемента из подгруппы У (например, фосфора) означает включение в систему парноэлектронных связей лишних электронов, которые связаны с окружающими атомами значительно слабее, чем остальные, и сравнительно легко могут освобождаться от валентных связей. Такие примеси называются донорными. На энергетической схеме это означает появление вблизи нижнего края зоны проводимости числа  $N_d$  донорных уровней с энергией ионизации  $\Delta W_{dc} \ll \Delta W$  (рис. 3, а).

Аналогичный результат получается при введении  $N_a$  атомов примеси III подгруппы (*As, In, Ga*) в германий. Недостаток числа  $N_a$  электронов в системе ковалентных связей стимулирует их замещение электронами с регулярных валентных связей. Такие примесные атомы называются акцепторами. Вблизи потолка валентной зоны ( $\Delta W_{av} \ll \Delta W$ ) возникает  $N_a$  акцепторных уровней, которые легко заполняются электронами из валентной зоны, где после ухода электронов образуются свободные дырки.

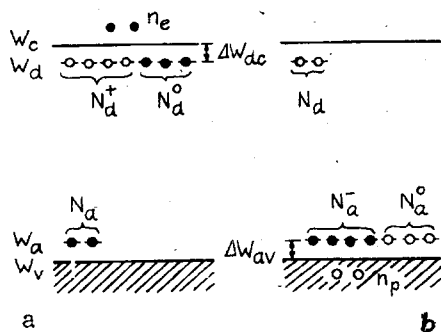


Рис. 3.

Энергетические схемы полупроводника:

а -  $n$ -полупроводника, б -  $p$ -полупроводника.

$N_d^+$  и  $N_d^0$  - концентрации соответственно ионизованных и нейтральных доноров.

$$N_d = N_d^+ + N_d^0.$$

$N_a^-$  и  $N_a^0$  - концентрации соответственно ионизованных и нейтральных акцепторов.

$$N_a = N_a^- + N_a^0.$$



Так как полупроводник чувствителен к малейшим концентрациям примесей, то целесообразно рассматривать одновременно влияние на его характеристики примесей обоих типов с преобладанием одного из них. Если преобладают донорные примеси ( $N_d > N_a$ ;  $N_d - N_a \gg n_i$ ), то концентрация электронов в зоне проводимости заметно превышает концентрацию дырок в валентной зоне, т.е.  $n_e \gg n_p$ . Полупроводник называется "электронным" или (n-типа); его удельная проводимость  $\sigma_e = e n_e k_e$ .

Если  $N_a > N_d$ ;  $N_a - N_d \gg n_i$ , то  $n_p \gg n_e$  и полупроводник называется дырочным (или p-типа); его удельная проводимость  $\sigma_p = e n_p k_p$ .

Носители заряда, определяющие тип проводимости полупроводника, называются основными, а противоположного знака — не основными.

В определенных условиях примесный полупроводник может вести себя как собственный. Отклонение концентрации свободных носителей заряда от концентрации их в чистом полупроводнике зависит от соотношения концентраций донорной и акцепторной примеси, от отношения энергии ионизации преобладающей примеси к ширине запрещенной зоны и от температуры. При этом всегда соблюдаются условия нейтральности полупроводника:

$$N_d^+ = N_a + n_e, \quad N_i^0 = N_d - N_a - n_e \quad (\text{n-тип})$$

$$N_a^- = N_d + n_p, \quad N_i^0 = N_a - N_d - n_p \quad (\text{p-тип})$$

В температурной зависимости проводимости примесного полупроводника можно выделить три участка (см. рис. 4):

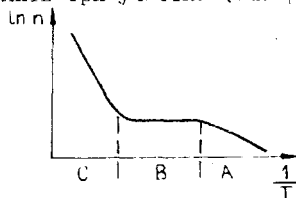


Рис. 4.

Участок *A* соответствует низким температурам. Здесь происходит освобождение носителей заряда с примесного уровня. Область *B* отвечает средним температурам. Примесные уровни ионизированы, перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости еще не происходит. В области *C*, которая соответствует высоким температурам, полупроводник ведет себя как собственный.

Эффект Холла. Если поместить кусочек проводящего электричество вещества (проводник или полупроводник), через который протекает электрический ток, в магнитное поле, то наблюдается ряд вторичных явлений: уменьшается электро- и теплопроводность, возникает дополнительная разность потенциалов и градиент температуры. Все эти явления, которые наблюдаются в веществах, проводящих ток, при совместном действии электрического и магнитного полей, называют гальваномангнитными явлениями.

Один из важных гальваномангнитных эффектов — эффект Холла. Эффект был открыт Э. Холлом в 1879 г. и заключается в возникновении электрического поля  $\vec{E}_H$ , направленного перпендикулярно магнитному полю и направлению тока.

Для количественного анализа эффекта рассмотрим примесный полупроводник, в котором концентрация одного типа носителей заряда, например, дырок, заметно превосходит концентрацию носителей другого типа, т.е. в данном случае электронов. Пусть полупроводник имеет форму параллелепипеда. Пропустим через него ток плотностью  $\vec{j}$  и поместим его в магнитное поле так, как показано на рис. 5.

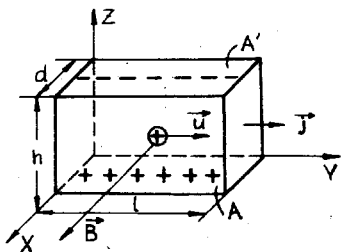


Рис. 5.

На движущиеся заряды со стороны магнитного поля действует сила Лоренца, под влиянием которой дырки отклоняются в направлении оси  $\vec{z}$ . Благодаря этому одна из граней  $A$  и  $A'$  заряжается положительно, другая — отрицательно (рис. 5). Возникающее в результате разделения зарядов электрическое поле  $\vec{E}_H$ , направленное вертикально, действует на дырки в направлении, противоположном силе Лоренца. Разделение зарядов на гранях  $A$  и  $A'$  и сопровождающее его усиление электрического поля  $\vec{E}_H$  продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие

$$e \vec{E}_H + e (\vec{u}_p \times \vec{B}) = 0,$$

где  $e$  — элементарный заряд,  $\vec{u}_p$  — направленная скорость движения дырки,  $\vec{B}$  — индукция магнитного поля.

Из последнего уравнения:

$$E_H = u_p B,$$

откуда напряжение между гранями  $A$  и  $A'$ , так называемое напряжение Холла,

$$U_H = u_p B h,$$

где  $h$  — расстояние между гранями  $A$  и  $A'$ . Поскольку  $j = en_p u_p$ , то последнюю формулу можно переписать в виде:

$$U_H = R_H \frac{i B}{d}, \quad (8)$$

где множитель  $R_H = \frac{1}{en_p}$  называют постоянной Холла,  $i$  — сила тока, протекающего через образец,  $d$  — толщина образца.

Такая же формула для напряжения Холла получается и в случае полупроводника  $n$ -типа или металла. При тех же направлениях тока и магнитного поля разница будет только в направлении поля  $\vec{E}_H$  и знаке постоянной Холла.

Если для исследуемого вещества известны постоянная Холла и удельная проводимость, то можно вычислить подвижность носителей заряда

$$\kappa = R_H \sigma. \quad (9)$$

Таким образом, исследование эффекта Холла позволяет определить существенные характеристики носителей заряда примесных полупроводников и металлов: их знак, т.е. тип полупроводника, концентрацию и подвижность.

## 10.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИНЫ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ ПОЛУПРОВОДНИКА

### 1. Задание

Ознакомление с основными понятиями зонной теории и применение их для описания электрических свойств полупроводников. Определение ширины запрещенной зоны германия.

### 2. Принадлежности

Кристалл германия в держателе, стенд с источником тока, миллиамперметр, амперметр, милливольтметр, потенциометр ПИ-63, автотрансформатор, электрическая печь, термopара, термометр, термос, провода.

### 3. Ход работы

Метод измерений. Основным источником ошибок при определении сопротивления полупроводника является сопротивление контактов (на переходе "металл - полупроводник"), а также термоэлектродвижущая сила, возникающая на этих контактах. Ими можно пренебречь, если применять т.н. компенсационный метод. Принципиальная схема измерения сопротивления компенсационным методом представлена на рис. 6. Ток силой  $i$  пропускается через кристалл от батареи  $\mathcal{E}$  с помощью контактов С и D. К поверхности кристалла прижаты два измерительных зон-

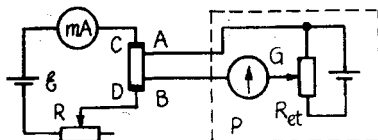


Рис. 6.

да  $A$  и  $B$ , которые расположены на расстоянии  $\ell$  друг от друга. Напряжение между зондами измеряется потенциометром  $P$ . Удельная проводимость образца вычисляется по формуле:

$$\sigma = \frac{\ell}{S} \frac{i}{U_{AB}}, \quad (10)$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения кристалла.

1. Для определения удельной проводимости полупроводника соберем цепь согласно рис. 7. Предварительно необходимо ознакомиться с устройством потенциометра, держателя кристалла и стенда, которые применяются в работе.

**В н и м а н и е!** Тонкая пластинка германия весьма хрупка. Студентам запрещается самим регулировать положение измерительных зондов  $A, B$  и контактов  $C, D$ ! Нельзя подвергать держатель с кристаллом сотрясениям и ударам!

При составлении схемы следует иметь в виду, что батарея  $\mathcal{E}$ , резисторы  $R_1, R_2$  и  $R_3$ , ключ  $K$  и клеммы 1-2 для включения батареи, 3-4 и 5-6 для подключения миллиамперметра  $mA$  и кристалла смонтированы стационарно на стенде. Контакты тока и зондов соединены соответственно с клеммами  $C-D$  и  $A-B$  держателя кристалла.

2. После проверки схемы преподавателем приступим к измерениям. Первое измерение сделаем при комнатной температуре. Для этого отрегулируем напряжение на выходе потенциометра  $R_1$  минимальным (где должен быть подвижный контакт?), а сопротивление резистора  $R_2$  максимальным. Замкнем ключ  $K$  и выбо-

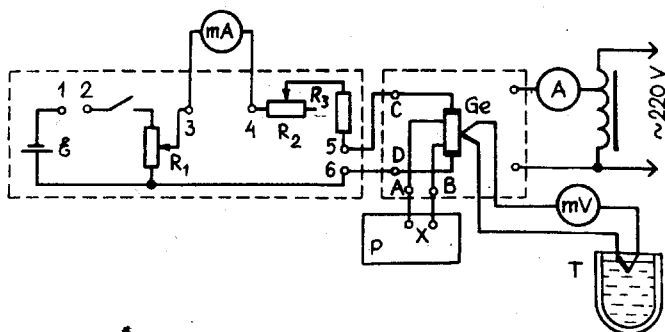


Рис. 7.

рем с помощью  $R_1$  начальное значение силы тока. Значение силы тока зависит от кристалла и указано для каждого образца в отдельности. Затем измерим напряжение  $U_{AB}$  и температуру.

3. Для повышения температуры кристалла включим электропечь, которая питается от автотрансформатора АТ. Перед включением автотрансформатора в сеть необходимо установить выходное напряжение минимальным. Температуру измерим медно-константановой термопарой. Ее холодный спай поместим в термостат со смесью воды и льда (или только с водой, температуру которой надо проверять термометром). Градуировочная кривая термопары и указания по выбору тока для печи приводятся на рабочем месте.

Постепенно повышая температуру печи от комнатной до  $240^{\circ}\text{C}$ , измеряем значения  $U_{AB}$  и  $i$  через каждые 20 градусов. При достижении температуры  $240^{\circ}\text{C}$  выключим питание печи и повторим измерения при остывании до комнатной температуры.

Поскольку  $R_2$  и  $R_3$  соединены последовательно с кристаллом и  $R_{2\text{max}} + R_3 \gg R_{Ge}$ , то при уменьшении сопротивления кристалла ток  $i$  существенно не изменится, а  $U_{AB}$  уменьшится. Чтобы повысить точность измерения при высоких температурах, надо увеличить силу тока, уменьшая сопротивление  $R_2$ . Максимальное значение силы тока ограничено резистором  $R_3$ .

4. Представим графически зависимость  $\ln b = f(1/T)$ , определим наклон графика и вычислим ширину запрещенной зоны. Все результаты измерений и вычислений поместим в таблицу.

#### 4. Дополнительные вопросы и задания

1. Что называют сопротивлением, удельным сопротивлением, проводимостью и удельной проводимостью проводника?

2. Дайте определение единиц измерения сопротивления, удельного сопротивления, проводимости, удельной проводимости.

3. Какого порядка величины удельные сопротивления проводника, полупроводника и диэлектрика?

4. Выведите формулу удельной проводимости  $\sigma = enk$ .

5. Как зависит сопротивление металлов от температуры?

6. Объясните различную зависимость сопротивлений металла и полупроводника от температуры.

7. Сформулируйте принцип Паули.

8. Почему в формуле (3) функция распределения Ферми-Дирака заменена распределением Больцмана?

9. Каков порядок величины разности энергий между соседними уровнями в валентной зоне?

10. Каково различие в заполненности электронами донорных и акцепторных уровней полупроводника вблизи абсолютного нуля температуры?

11. Как можно определить экспериментально тип проводимости примесного полупроводника?

12. В чем заключается эффект Холла?

13. Обоснуйте необходимость использования компенсационного метода при измерении напряжения

14. В чем заключается компенсационный метод измерения напряжения?

#### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 77-79; т. 3, § 51, 52, 53, 55, 57-59.

## 10.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ МЕТОДОМ ХОЛЛА

### 1. Задание

Ознакомление с основными понятиями зонной теории и применение их для описания электрических свойств полупроводников. Определение постоянной Холла, знака, концентрации и подвижности свободных носителей заряда в полупроводнике.

### 2. Принадлежности

Пластинка из полупроводника, закрепленная в рамке (датчик Холла), электромагнит, потенциометр, мост постоянного тока, миллиамперметр, миллиамперметр, амперметр, источник питания, автотрансформатор, два реостата, компас, ключ, провода.

### 3. Ход работы

Схемы электрических цепей. Электрическая схема для измерения напряжения холла изображена на рис. 8.

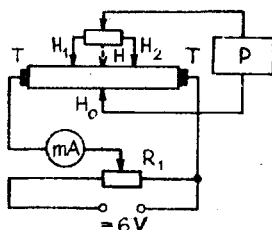


Рис. 8.



Цепь состоит из двух частей: цепь питания исследуемой пластинки (контакты  $ТТ$ ) и цепь для определения величины напряжения Холла (зонды  $H$ ). Измерение напряжения Холла производится с помощью промышленного потенциометра  $P$ , который подключают с помощью симметричных зондов  $H_0$  и  $H$  к пластинке. Так как практически невозможно добиться симметричного расположения зондов на пластинке, то между зондами образуется напряжение и при отсутствии магнитного поля. Поэтому для измерения напряжения Холла применяются зонды  $H_0$ ,  $H_1$  и  $H_2$ . Назначение элементов цепи питания выясняется из рис. 8. Пластика прикреплена к рамке из органического стекла. Она позволяет расположить изучаемую деталь в подходящем положении между полюсами электромагнита.

Схема включения электромагнита дана на рис. 9. Выпрямитель  $AL$  питают через автотрансформатор  $AT$ . Выпрямленное напряжение подается через амперметр и ключ  $K$  на обмотки электромагнита  $EM$ .

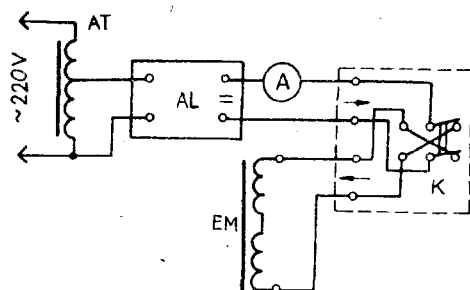


Рис. 9.

1. К электромагниту нельзя приближаться с ручными или карманными часами! При помощи шаблона установим параллельно полюсовым наконечникам электромагнита и зафиксируем их положение винтами. Составим цепь питания магнита.

2. Проградулируем электромагнит, который необходимо вначале размагнитить. Для этого через обмотку пропустим ток силой 1,5 А и, непрерывно коммутируя направление тока ключом

$K$ , с помощью автотрансформатора медленно уменьшим силу тока до нуля. Только теперь можем приступить к градуированию электромагнита. Для измерения магнитной индукции используем миллиамперметр. До начала измерений надо ознакомиться с принципом работы и правилами эксплуатации амперметра (см. работу 8.2 этого сборника). Измерим индукцию по меньшей мере при десяти различных значениях силы тока в интервале 0,1–1,5 А. Каждое измерение повторим по три раза. В ходе измерений силу тока через обмотку можно только увеличивать! Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу. Зависимость индукции магнитного поля от тока питания электромагнита представим графически.

3. Определим зависимость напряжения Холла от силы тока через пластинку из полупроводников при постоянном значении индукции магнитного поля. Для этого рамку с пластинкой осторожно поместим между полюсами магнита. Внимание! Исследуемый материал крайне хрупок и разрушается уже при малейшем сотрясении. Поэтому нельзя самому регулировать токовые контакты и зонды на пластинке. Если есть в этом необходимость, следует обратиться к преподавателю.

Соберем цепь питания пластинки, а затем цепь для измерения напряжения Холла (рис. 8). Подвижный контакт потенциометра установим в нулевое положение. Установим в рабочее положение потенциометр  $P$  (согласно указанию преподавателя можно пользоваться потенциометрами ПП, П-306 или П-375).

Замкнем цепь питания пластинки и отрегулируем в ней ток равным 10 мА (магнитное поле отсутствует!). Перемещая подвижный контакт реостата  $R_2$ , добьемся расположения зондов Холла на одной и той же эквипотенциальной поверхности.

Замкнем цепь питания электромагнита и увеличим силу тока до 0,6 А с помощью автотрансформатора. Осторожно придвигая компас к полюсам магнита, определим направление магнитного поля (сильное магнитное поле может перемагнитить стрелку компаса!). Зная направления магнитного поля и силы тока через пластинку, определим по знаку напряжения Холла тип полупроводника. Напряжение Холла измерим через каждый миллиампер в интервале 4–10 мА. Результаты поместим в таблицу и представим графически. Найдём наклон графика и по нему вычислим постоянную Холла.

4. Определим зависимость напряжения Холла от величины магнитной индукции при постоянном значении силы тока через пластинку из полупроводника. Силу тока возьмем в интервале 3–6 мА. Размагнитим магнит и после этого будем увеличивать силу тока через обмотку электромагнита в интервале 0,1–1,5 А. Произведем 7–10 измерений. Результаты занесем в таблицу. Зависимость напряжения Холла от магнитной индукции представим графически. Определим наклон графика и вычислим постоянную Холла. Сравним с результатом, полученным ранее в 3-ем пункте и вычислим их среднее арифметическое значение.

5. Если не указана удельная проводимость полупроводника, определим сопротивление пластинки мостом постоянного тока и вычислим удельную проводимость. Найдем концентрацию основных носителей тока и их подвижность.

#### 4. Дополнительные вопросы и задания

1. Ответьте на вопросы I–I4 работы Ю.И.
2. Что называют подвижностью носителей заряда?
3. Выведите формулу (9).
4. Какое влияние оказывает магнитное поле на сопротивление пластинки?
5. Объясните эффект Холла для полупроводника.
6. Почему в случае некоторых металлов постоянная Холла положительна?
7. Назовите наиболее важные случаи применения эффекта Холла.
8. В чем заключается компенсационный метод измерения напряжения?
9. Объясните принцип работы везерметра.
10. Почему следует перед градуированием размагнитить электромагнит?
11. Почему силу тока через электромагнит в ходе измерений можно только увеличивать?

#### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 77–79; т. 3, § 51–53, 57–59.

## II. МАГНИТНЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Для исследования атомной структуры вещества в настоящее время широко используются методы электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) и ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Оба метода основаны на эффекте поглощения некоторыми веществами электромагнитных волн определенных частот в радиочастотном диапазоне при помещении их в постоянное магнитное поле. Аналогичным будет явление, называемое магнитным резонансом: магнитная стрелка, помещенная в постоянное магнитное поле, будет колебаться с наибольшей амплитудой только при некоторой определенной частоте прикладываемого переменного магнитного поля. Многие элементарные частицы обладают магнитными свойствами и их можно рассматривать в некоторой степени как микроскопические "магнетики". Ясно, что аналогично магнитному резонансу возникают вынужденные колебания частиц, энергия их возрастает за счет высокочастотного магнитного поля. В зависимости от участвующей в эффекте частицы резонанс называют электронным парамагнитным или ядерным магнитным резонансом.

Явления ЭПР и ЯМР можно корректно описать при помощи аппарата квантовой механики, но использование понятий классической механики также дает хорошо согласующиеся с экспериментом результаты.

Для получения уравнения движения магнитной стрелки или частицы будем исходить из основного уравнения динамики вращательного движения.

$$\frac{d}{dt} \vec{L} = \vec{M}, \quad (I)$$

где  $\vec{L}$  — момент импульса,  $\vec{M}$  — момент внешних сил. Эти величины нужно заменить величинами, соответствующими конкретной обстановке.

## II. I. МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС СРЕЛКИ КОМПАСА

### I. Задание

Найти зависимость резонансной частоты вынужденных колебаний магнитной стрелки, помещенной в постоянное магнитное поле, от величины индукции магнитного поля. Вычислить отношение магнитного момента стрелки и коэффициента трения к моменту инерции стрелки.

### 2. Принадлежности

Катушки Гельмгольца, генератор электромагнитных колебаний звуковой частоты (ЗГ), выпрямитель, соленоид, компас, провода.

### 3. Теоретическое введение

Постоянное однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}_0$  создается катушками Гельмгольца. В поле помещается компас, магнитный момент стрелки которого  $\vec{P}_m$ . Переменное магнитное поле  $B_1 \cos \omega t$  направляется перпендикулярно оси катушек Гельмгольца. Оси координат удобно направить так, как показано на рис. I.

Поскольку в магнитном поле на стрелку действует момент сил

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}, \quad (2)$$

то оба магнитных поля пытаются повернуть магнитную стрелку вокруг оси  $z$ . Им противодействует момент сил трения.

Таким образом,

$$M = M_z = (\vec{P}_m \times \vec{B})_z - \beta \frac{d\varphi}{dt} = P_m B_1 \cos \varphi \sin \omega t - P_m B_0 \sin \varphi - \beta \frac{d\varphi}{dt}. \quad (3)$$

Здесь  $\beta$  - коэффициент трения.

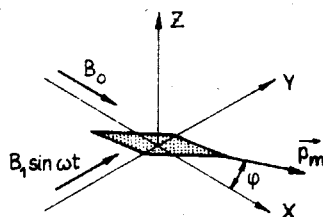


Рис. I.

Момент импульса магнитной стрелки можно выразить через момент инерции  $J$  и круговую частоту  $\frac{d\varphi}{dt}$  из следующей формулы:

$$L = J \frac{d\varphi}{dt}. \quad (4)$$

Уравнение движения (I) тогда примет вид:

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_z \quad (5)$$

При небольших отклонениях можно считать в формуле (3)  $\sin \varphi \approx \varphi$  и  $\cos \varphi \approx 1$ . Из выражений (3) и (5) получим уравнение движения

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \beta \frac{d\varphi}{dt} + p_m B_0 \varphi = p_m B_1 \sin \omega t. \quad (6)$$

Уравнение (6) - это уравнение вынужденных колебаний. Обычно его записывают в удобном для решения и анализа виде так:

$$\ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + k^2\varphi = F_0 \sin \omega t, \quad (7)$$

где  $h = \frac{\beta}{2j}$ ,  $k^2 = \frac{\rho_m B_2}{j}$  и  $F_0 = \frac{\rho_m B_1}{j}$ .

Следует подчеркнуть, что при условии  $k^2 > h^2$  магнитная стрелка будет колебаться и в отсутствии переменного поля. Этому случаю соответствует уравнение без свободного члена:

$$\ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + k^2\varphi = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) описывает затухающие колебания. Его решением будет выражение

$$\varphi = A e^{-ht} \sin(\omega_1 t + \gamma). \quad (9)$$

Здесь сделана подстановка

$$\omega_1^2 = k^2 - h^2. \quad (10)$$

Как видно, в постоянном магнитном поле магнитная стрелка совершает затухающие колебания и при отсутствии трения она продолжала бы колебаться, а не просто ориентировалась бы по направлению магнитного поля. Позднее покажем, что еще более необычным будет поведение элементарной частицы в аналогичных условиях.

Если приложено и переменное магнитное поле с частотой  $\omega$ , то вынужденные колебания стрелки после прохождения периода стабилизации будут описываться решением уравнения (7)

$$\varphi = \frac{F_0}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}} \sin \omega t^* \quad (11)$$

---

\* Здесь и далее опускается начальная фаза как величина несущественная в решении данных вопросов.

Из условия максимальности амплитуды вынужденных колебаний получим условие резонанса

$$\omega_v^2 = k^2 - 2h^2. \quad (12)$$

Учитывая сделанные в уравнении (7) подстановки, можно записать

$$\omega_v^2 = \frac{P_m}{J} B_0 - \frac{\beta^2}{2J^2}. \quad (13)$$

Видим, что зависимость квадрата резонансной частоты от индукции постоянного магнитного поля линейна. Сомножитель  $\frac{P_m}{J}$  характеризует конструкцию магнитной стрелки,  $\frac{\beta}{J}$  - силу трения, действующую на стрелку.

Поскольку индукция магнитного поля катушек Гельмгольца в центре катушек описывается выражением

$$B = \frac{8\mu_0 N i}{125\sqrt{2} R}, \quad (14)$$

где  $N$  - число витков катушки,  $R$  - радиус катушек,  $\mu_0$  - магнитная постоянная,  $i$  - сила тока,

то для частоты  $\gamma$  можно записать условие резонанса так:

$$\gamma_v^2 = \frac{8\mu_0 N}{125\sqrt{2} \pi^2 R} \frac{P_m}{J} i - \frac{1}{8\pi^2} \frac{\beta^2}{J^2}. \quad (15)$$

#### 4. Ход работы

1. Постоянное магнитное поле создается с помощью катушки Гельмгольца, которую питают от источника постоянного напряжения. Перпендикулярно оси катушки Гельмгольца, в области ее однородного магнитного поля, находится кольцевая катушка, создающая переменное магнитное поле. Вблизи одного из концов последней в середине катушки Гельмгольца помещается магнит-



ный компас. Кольцевая катушка питается от низкоомного выхода (Выход 50 Ом) звукового генератора ГЗ-18. Перед выключением следует подробно ознакомиться с заводской инструкцией к генератору.

2. В процессе измерений увеличиваем силу тока в катушке Гельмгольца через интервалы 0,5 А в диапазоне 0...5 А, устанавливая каждый раз такую частоту сигнала с генератора, при которой амплитуды колебаний магнитной стрелки максимальны. Чем ближе частота сигнала генератора к резонансной частоте стрелки, тем меньше должно быть выходное напряжение генератора.

3. Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу. На основании данных построим зависимость  $\nu_z^2 = f(i)$ . На основании графика находим две величины, характеризующие магнитную стрелку: по наклону графика — отношение  $\rho_m / j$  и по начальному значению ординаты отношение  $\beta / j$ , приписав соответствующие единицы измерения этих величин.

## 5. Дополнительные задания и вопросы

1. Приведите единицы измерения напряженности и индукции магнитного поля в СИ и системе Гаусса.

2. Как двигалась бы стрелка, если бы  $k^2 > k^2$  при наличии и при отсутствии переменного магнитного поля?

3. Почему для создания постоянного магнитного поля используются катушки Гельмгольца?

4. Как получено решение (II), описывающее вынужденные колебания магнитной стрелки?

5. Выведите формулу (I2).

6. Что называют магнитным моментом контура тока?

7. Что называют вектором намагничивания?

8. Дайте определение магнитного момента тела (стрелки компаса).

9. Какие вещества можно использовать для изготовления стрелки компаса?

10. В чем заключаются методы ЭПР и ЯМР исследования структуры вещества?

## Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. II, гл.6-9.
2. Hageseth, G.T. Forced oscillations and magnetic resonance in the introductory laboratory. - Amer. J. Phys., 1969, 37, p.529.

### II.2. ЭЛЕКТРОННЫЙ ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС И ЯДЕРНЫЙ МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

#### I. Теоретическое введение

Электрон и ядро атома обладают как моментом импульса  $\vec{L}$ , так и магнитным моментом  $\vec{P}_m$ . Это величины, которые также как масса и заряд, характеризуют элементарную частицу.  $\vec{L}$  и  $\vec{P}_m$  связаны между собой выражением:

$$\vec{P}_m = \gamma \vec{L}. \quad (I6)$$

Постоянную  $\gamma$  называют гиромагнитным отношением для данной частицы.

Рассмотрим электрон в однородном магнитном поле  $\vec{B}_0$ . Ось  $\vec{z}$  направим вдоль силовой линии магнитного поля. На основании формулы (I6) уравнение движения (I) можно представить в виде:

$$\dot{\vec{L}} = \gamma \vec{L} \times \vec{B} = \gamma \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ L_x & L_y & L_z \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix}. \quad (I7)$$

Для компонентов можно записать

$$\begin{cases} \dot{L}_x = \gamma L_y B_0, \\ \dot{L}_y = -\gamma L_x B_0, \\ \dot{L}_z = 0 \end{cases} \quad (18)$$

Решение системы (18):

$$\begin{cases} L_x = A \sin \Omega t, \\ L_y = A \cos \Omega t, \\ L_z = \text{const} \end{cases}, \quad (19)$$

где

$$\Omega = \gamma B_0.$$

Из решения (19) следует, что конец вектора  $\vec{L}$  движется по окружности радиусом  $A$ , лежащей в плоскости, перпендикулярной оси  $z$ . Это явление называют ларморовой прецессией, а частоту прецессии  $\Omega$  — ларморовой частотой.

Рассмотрим случай, когда на частицу, помещенную в однородное магнитное поле  $\vec{B}_0$ , действует осциллирующее (с определенной частотой) поперечное магнитное поле  $B_1 \sin \omega t$ . Пусть осциллирующее поле направлено по оси  $x$ . Уравнение движения (17) приобретает в этом случае вид:

$$\dot{\vec{L}} = \gamma \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ L_x & L_y & L_z \\ B_1 \sin \omega t & 0 & B_0 \end{vmatrix}. \quad (20)$$

Выписав уравнения для компонентов, получим систему

$$\begin{cases} \dot{L}_x - \Omega L_y = 0, \\ \dot{L}_y + \Omega L_x - \gamma B_1 L_z \sin \omega t = 0, \\ \dot{L}_z - \gamma B_1 L_y \sin \omega t = 0. \end{cases} \quad (21)$$

Рассмотрим случай, когда момент импульса образует с осью  $Z$  малый угол, т.е.  $L_y \ll L_z$ , тогда в системе (21) третье уравнение будет:  $\dot{L}_z = 0$ .

Решение системы для этого случая имеет вид:

$$\begin{cases} L_x = \frac{\gamma \Omega L B_1}{\Omega^2 - \omega^2} \sin \omega t, \\ L_y = \frac{\gamma \Omega L B_1}{\Omega^2 - \omega^2} \cos \omega t, \\ L_z = \text{const}. \end{cases} \quad (22)$$

Отсюда видно, что при приближении частоты  $\omega$  осциллирующего поля к ларморовской частоте  $\Omega$  возрастают компоненты  $L_x$  и  $L_y$  момента импульса, т.е. и наклон вектора момента импульса относительно оси  $Z$  растет. Таким образом, условием резонанса будет равенство  $\omega_2 = \Omega$  и, учитывая, что  $\Omega = \gamma B_0$ , получим

$$\omega_2 = \gamma B_0. \quad (23)$$

Поскольку  $L \propto \vec{p}_m$ , то при резонансе также растет и угол между магнитным моментом  $\vec{p}_m$  и осью  $Z$  (т.е. индукцией  $\vec{B}_0$ ).

Энергия  $W$  частицы будет характеризоваться выражением, аналогичным формуле энергии диполя в электрическом поле:

$$W = -\vec{p}_m \cdot \vec{B}_0. \quad (24)$$

Таким образом, и энергия частицы возрастает при резонансе\*.

С точки зрения классической физики энергия частицы может принимать любые значения между состояниями с минимальной и максимальной энергиями. Энергия частицы максимальна, если магнитный момент ее антипараллелен силовым линиям магнитного поля  $\vec{B}_0$  (см. рис. 2).

В квантовой механике доказывается, что на самом деле магнитный момент частицы принимает относительно постоянного магнитного поля только определенные ориентации. Если имеются электроны и ядра со спином  $1/2$ , то возможны только два способа ориентации – параллельно или антипараллельно магнитному полю.

Согласно формуле (24) первому состоянию соответствует минимум, второму состоянию – максимум энергии. Если имеется еще и осциллирующее магнитное поле, частота которого равна резонансной, то частица с минимальной энергией переходит в

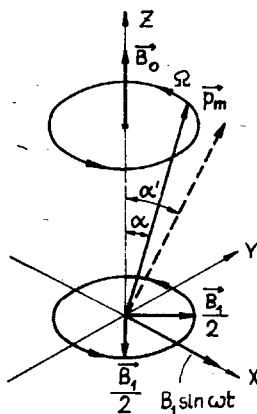


Рис. 2.

состояние с максимальной энергией, другими словами – происходит переориентация магнитного момента из параллельного по-

\* Здесь нужно учитывать, что перед выражением для энергии стоит знак "-".

лю  $\vec{B}_0$  направления в антипараллельное. При этом поглощенная энергия (квант энергии)

$$\omega_z \hbar = g \mu_B B_0. \quad (25)$$

Здесь  $\hbar$  - приведенная постоянная Планка,  $\mu_B$  - магнетон Бора, который равен минимально возможному магнитному моменту электрона (в случае протона по аналогии - магнетон ядра);  $g$  - так называемый "g-фактор"<sup>\*</sup> - число, которое показывает, во сколько раз для данного конкретного вещества и частицы магнитный момент больше минимально возможного. Таким образом, произведение  $g\mu_B$  в правой части формулы (25) равно магнитному моменту частицы.

В квантовой механике показывается, что значения магнетона Бора и магнетона ядра определяются выражением

$$\mu_B = \frac{e \hbar}{2m}, \quad (26)$$

где  $e$  - элементарный заряд и  $m$  - масса электрона или протона соответственно

Из выражений (25) и (26) имеем

$$\omega_z = g \frac{e}{2m} B_0. \quad (27)$$

Гиромагнитное отношение для частицы можно найти, используя (23) и (27):

$$g = g \frac{e}{2m}. \quad (28)$$

---

<sup>\*</sup> Для электронов  $g$ -фактор называют еще множителем Ланда.

На основании предыдущего может показаться, что если магнитные моменты всех частиц будут ориентированы антипараллельно магнитному полю, то поглощение энергии высокочастотного поля прекратится. Так это было бы в случае изолированных частиц. В реальном веществе этого происходить не будет.

Дело в том, что в реальном веществе частицы, обладающие магнитным моментом, и все другие частицы взаимно связаны (взаимно влияют друг на друга), в результате чего имеет место непрерывный обмен энергией. Поэтому частицы в системе распределены по энергиям согласно закону Больцмана;

$$n = n_0 e^{-\frac{W}{2kT}}, \quad (29)$$

где  $n$  — число частиц с энергией  $W$ ,  $n_0$  — число частиц в основном состоянии,  $k$  — постоянная Больцмана и  $T$  — абсолютная температура среды.

Согласно формуле (29) частиц с минимальной энергией больше, чем с максимальной. Это значит, что частиц, которые имеют возможность поглотить энергию высокочастотного поля, больше. При включении высокочастотного поля с резонансной частотой они получают энергию и распределение (2.9) нарушается. Взаимодействие частиц проявляется теперь в релаксационном процессе, стремящемся восстановить первоначальное распределение. В ходе этого процесса энергия, поглощенная в системе частиц, обладающих магнитными моментами, переносится на атомарное движение вещества и выделяется в виде теплоты.

## II.2.1. ЭЛЕКТРОННЫЙ ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

### I. Задание

Измерить резонансную частоту ЭПР и индукцию магнитного поля, соответствующую резонансу. Вычислить гиромагнитное отношение и удельный заряд электрона.

## 2. Принадлежности

Генератор ЭПР вместе с соленоидом, создающим магнитное поле, блок питания, осциллоскоп, амперметр, волномер, ампула с дифенил-пикрил-гидрозином (DFPH), провода.

## 3. Экспериментальная установка

Общий вид установки приведен на рис. 3.

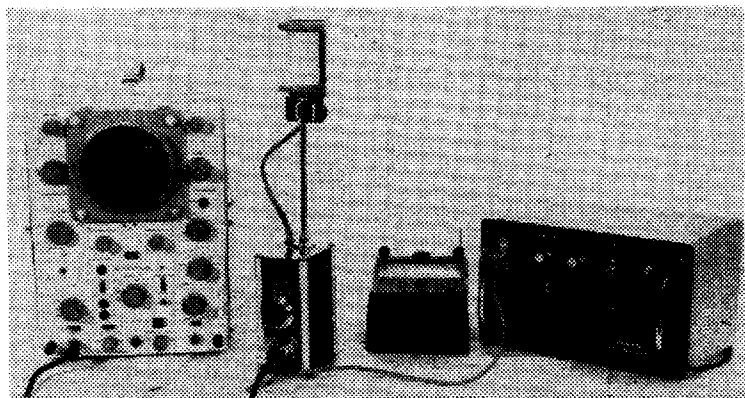


Рис. 3.

Общий вид установки для получения ЭПР: I - осциллоскоп, 2 - высокочастотный генератор, 3 - обратная связь генератора, 4 - зонд, 5 - катушка высокочастотного контура и препарат, 6 - соленоид, 7 - амперметр, 8 - блок питания, 9 - потенциометр "Modulation", 10 - потенциометр "H.T.", II - вход "D.C. input".

Катушка колебательного контура, создающего высокочастотное электромагнитное излучение, вынесена с помощью зонда за пределы генератора. В катушку помещают стеклянную ампулу с исследуемым веществом. В данной работе этим веществом служит



органическое соединение дифенил-пикрил-гидрозин, содержащее свободные радикалы (свободные электронные связи). Соленоид, создающий магнитное поле, можно перемещать вдоль направляющего стержня до высокочастотной катушки. Во время измерений соленоид должен находиться на максимальной высоте (в этом случае исследуемый объект находится в центре соленоида). В цепь питания соленоида включают амперметр. Высокочастотный генератор устроен так, что при облучении исследуемого объекта электромагнитными волнами подается еще один усиленный сигнал на специальный выход "Output". Амплитуда этого сигнала находится в прямой зависимости от поглощаемой мощности. В данном опыте этот сигнал подается на Y-вход осциллооскопа. Генератор работает на постоянной частоте. Развертка сигнала поглощения получается за счет модуляции близкого к резонансу магнитного поля слабым магнитным полем с частотой 50 Гц. Поскольку в этой учебной установке условие резонанса достигается при невысоком значении индукции магнитного поля, то можно ограничиться только модулирующим сигналом, т.е. подавать в соленоид только переменного тока.

Конденсатор переменной емкости с надписью "Oscillator feedback" служит для регулировки обратной связи или нахождения оптимальных условий генерации.

С помощью кабелей, снабженных специальными разъемами от источника питания получают напряжение для анодной цепи, цепи накала ламп и обмотки соленоида. Потенциометр блока питания "Modulation" регулирует силу тока соленоида, потенциометр "H.T." - анодное напряжение ламп генератора. Через вход "D.C. input" можно подать в обмотку соленоида постоянный ток какого-либо другого источника (в данной работе это не делается).

Для наблюдения сигнала ЭПР помещают ампулу с DFPN в высокочастотную катушку. Соленоид, снабженный амперметром, смещают в рабочее положение.

Подавая в обмотку соленоида только низкочастотный переменный ток, можно простым способом довольно точно определить резонансное значение магнитного поля. Если амплитуда магнитного поля больше резонансного значения, то условие резонанса выполняется два раза в течение полупериода (рис. 4, а и б).

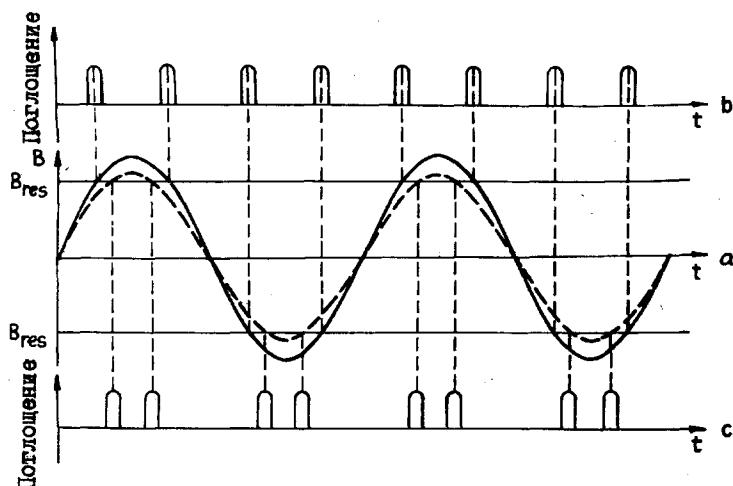


Рис. 4.

В течение последующего полупериода направление поля обратное, но условие резонанса и теперь выполняется два раза. Таким образом, в течение периода модуляции (при 50 Гц он равен 20 мс), поглощение энергии генератора происходит четыре раза. Если уменьшать амплитуду магнитного поля с помощью потенциометра "Modulation", тогда пики резонансов на экране осциллооскопа будут попарно сближаться, пока не сольются и не исчезнут (рис. 4, а и с). В момент слияния сигналов амплитуда магнитного поля равна резонансному значению. Измеряя в этот момент силу тока, протекающего через соленоид, можно вычислить резонансное значение индукции магнитного поля по формуле (30):

$$B_0 = \mu_0 \frac{\sqrt{2}}{2} J n \left( \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + r^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{l_2^2 + r^2}} \right), \quad (30)$$

где  $J$  — эффективное значение силы тока в соленоиде в амперах,  $n$  — плотность витков обмотки соленоида,  $r$  — радиус витка,  $l_1$  и  $l_2$  — расстояние от концов обмотки до препарата,  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

#### 4. Ход работы

1. Произведем подключение приборов согласно рис. 3. В цепь питания соленоида включим амперметр. В целях безопасности и получения достоверных результатов соединим между собой корпус блока питания и осциллоскопа и корректно их заземлим. В катушку поместим стеклянный тубик с исследуемым веществом и установим соленоид в рабочее положение.

2. Включим блок питания, модуляцию и осциллоскоп. На осциллоскопе выберем диапазон чувствительности 5 В/см и частоту генератора развертки 50 Гц. Потенциометры модуляции блока питания "Modulation", силы анодного тока ("H.T.") и обратной связи генератора "Oscillator feedback" повернем по часовой стрелке до упора. После прогрева приборов в течение нескольких минут будем уменьшать обратную связь до тех пор, пока на экране осциллоскопа не появятся резонансные сигналы. Изменяя анодное напряжение, можно увеличить высоту сигналов поглощения.

3. Уменьшим амплитуду индукции низкочастотного магнитного поля потенциометром "Modulation" до значения, при котором сигналы сольются. Измерим соответствующую этой ситуации силу тока в соленоиде и вычислим магнитную индукцию резонансного магнитного поля по формуле (30).

4. Измерим частоту высокочастотного генератора. Емкость высокочастотного контура зависит также от близлежащих тел. Поэтому измерение следует произвести в рабочем положении соленоида, создающего магнитное поле. При измерении помещаем катушку волномера в непосредственной близости от катушки колебательного контура (не далее 1-2 см).

5. На основании измеренных данных вычислим по формуле (23) гиромагнитное отношение электрона и по формуле (28) его удельный заряд.

#### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Вычислите значение энергии, поглощаемой электроном в случае ЭПР, при переходе из состояния с минимальной энергией

в состоянии с максимальной энергией.

2. Вычислите, во сколько раз число электронов с минимальной энергией больше числа электронов с максимальной энергией при комнатной температуре.

3. Выведите формулу (22).

4. Какие вещества называются парамагнитными?

5. Что такое свободный радикал?

6. Почему в качестве препарата использовано вещество, содержащее свободные радикалы?

Постоянные приборов:

Число витков соленоида  $N = 375$ ; для DFPN  $g = 2.0036$ ;  
длина соленоида  $l = (7,0 \pm 0,05)$  см;  $l_1 = (4,3 \pm 0,05)$  см;  
 $l_2 = (2,7 \pm 0,05)$  см;  $z = (1,8 \pm 0,05)$  см.

### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1973, т. 2, гл. 9.
2. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. М., 1977, т. 7, с. 128.

## II.2.2. ЯДЕРНЫЙ МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

### I. Задание

Измерить магнитную индукцию поля постоянного магнита установки ЯМР и амплитуду модулирующего переменного магнитного поля в состоянии резонанса. Вычислить гиромагнитное отношение протона.

### 2. Принадлежности

Генератор ЯМР, блок питания, постоянный магнит с модулирующей обмоткой, наполненная гликолем ампула вместе с катушкой высокочастотного контура, осциллоскоп, милливесерметр, милливольтметр переменного тока, провода.

### 3. Ход работы

Устройство и принцип работы генератора ЯМР те же, что и у генератора ЭПР. Существенной конструктивной особенностью является тот факт, что конденсатор переменной емкости "Fine Tune" позволяет изменять рабочую частоту (рис.5). Катушка высокочастотного контура помещается в стеклянной ампуле, заполненной исследуемым веществом. В установке используется постоянный магнит, магнитное поле которого модулируется с помощью дополнительных полюсов, питаемых переменным током, по существу с помощью катушек Гельмгольца. Выход генератора соединяется с  $\gamma$ -входом осциллоскопа.

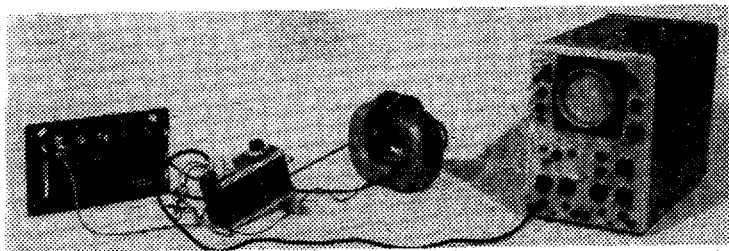


Рис. 5. Общий вид установки для исследования ЯМР.

I - осциллоскоп, 2 - высокочастотный генератор, 3 - потенциометр обратной связи, 4 - регулятор частоты, 5 - зонд, 6 - катушка высокочастотного контура вместе с ампулой, 7 - постоянный магнит, 8 - обмотки для модуляции магнитного поля, 9 - блок питания, 10 - потенциометр "Modulation", II - потенциометр "H.T."

I. Для получения сигнала поглощения ЯМР ампулу с исследуемым веществом помещаем между полюсами постоянного магнита, на осциллоскопе выбираем чувствительность 0,1 В/см и частоту развертки 50 Гц. Потенциометры модуляции "Modu-

lation" анодного напряжения ("Н.Т.") и обратной связи "Feed-back" устанавливаем на максимум, поворачивая ручки по часовой стрелке. Потом поворачиваем ручку потенциометра обратной связи в обратную сторону (против часовой стрелки), пока на экране осциллографа не появится шумовой сигнал с амплитудой около 0,4 В. Теперь с помощью конденсатора переменной емкости "Tune Tune" настраиваем генератор на резонансную частоту, т.е. получаем на экране осциллоскопа на фоне шума узкие резонансные пики с большой амплитудой. Окончательную установку четких и устойчивых резонансных пиков производим с помощью потенциометра обратной связи. Отключая модуляцию "Modulation" или удаляя препарат из поля постоянного магнита, убедимся, что узкие острые сигналы на экране действительно являются сигналами ЯМР.

Резонансное значение индукции модулирующего магнитного поля находим как и в случае ЭПР по слиянию сигналов.

2. С помощью милливеберметра М119 измерим индукцию поля постоянного магнита см. работу 8.2.

3. Амплитуду модулирующего магнитного поля измерим методом индукции. Для этого к измерительной катушке милливеберметра подключим милливольтметр. Помещая измерительную катушку в место нахождения ампулы с препаратом в рабочем положении, измерим электродвижущую силу, индуцируемую магнитным полем в измерительной катушке. Амплитуда магнитной индукции поля вычисляется по формуле:

$$B = \frac{\mathcal{E}}{4\pi \gamma N S}, \quad (31)$$

где  $\mathcal{E}$  - эффективное значение индуцированной э.д.с. в вольтах,  $\gamma$  - частота изменения поля в герцах,  $N$  - число витков измерительной катушки,  $S$  - площадь витка измерительной катушки и  $k$  - коэффициент, определяемый временной зависимостью поля. Для синусоидально изменяющегося поля  $k = 1$ .

4. Из полученных результатов вычислим результирующую амплитуду индукции магнитного поля. Резонансную частоту нахо-

Дан по положению регулятора частоты согласно данным градуирования. По формуле (23) вычисляем гиромагнитное отношение для протонов.

#### 4. Дополнительные вопросы и задания

1. Вычислите энергию, поглощаемую протоном при переходе из состояния с минимальной энергией в состояние с максимальной энергией.

2. Вычислите, во сколько раз число ядер с минимальной энергией при комнатной температуре больше числа ядер с максимальной энергией.

3. Какой эффект проявляется интенсивнее - ЭПР или ЯМР?

4. Выведите формулу (31), исходя из  $\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}$ .

5. Чем обусловлен магнитный момент ядра атома?

#### Литература

1. Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. Берклевский курс физики. М., 1975, т. I, с. 277-279.

2. Портис А. Берклевский курс физики. Физическая лаборатория. М., 1978, с. 284-285.

#### 12. ИЗУЧЕНИЕ RC-ЦЕПИ

Цель данной работы - ознакомиться с квазистационарными токами на базе цепи, содержащей конденсатор и резистор.

Простейшая схема RC-цепи представлена на рис. 1. Если соединить конденсатор  $C$  через резистор  $R$  с источником электродвижущей силы  $\mathcal{E}$  (ключ  $K$  в положении I), то конденсатор будет заряжаться, причем ток зарядки

$$I = I_a e^{-\frac{t}{RC}} \quad (I)$$

и напряжение на пластинах конденсатора

$$U_c = \mathcal{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (2)$$

В этих формулах:

$$I_a = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

и  $t$  означает время, прошедшее с момента подачи напряжения на конденсатор. При разрядке конденсатора, заряженного до разности потенциалов  $U_a$  через сопротивление  $R$  (ключ  $K$  переведен в положение 2), ток разрядки и напряжение на конденсаторе изменяются следующим образом:

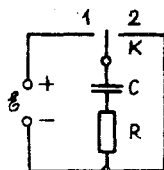


Рис. I.

$$I = I_a e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (3)$$

где

$$I_a = \frac{U_a}{R} \quad \text{и}$$

$$U_c = U_a e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (4)$$

В формулах (3) и (4) учитывается время с момента начала разрядки конденсатора. Формулы (3) и (4) вывести самостоятельно.

Скорость процессов зарядки и разрядки, как видно из приведенных формул, зависит от величины  $\tau = RC$ , которую называют постоянной времени данной цепи или временем релаксации. Эта величина равна промежутку времени, в течение которого после начала разрядки сила тока, а также напряжение на плас-



тиках конденсатора уменьшаются в  $e = 2,72$  раза.

## 12.1. АПЕРИОДИЧЕСКАЯ ЗАРЯДКА И РАЗРЯДКА КОНДЕНСАТОРА

### 1. Задание

Определить постоянную времени цепи и емкость конденсатора по кривым зарядки и разрядки конденсатора.

### 2. Принадлежности

Стенд с конденсаторами, резисторами и источником напряжения, вольтметр, электростатический вольтметр, провода.

### 3. Экспериментальная установка

После логарифмирования формул (3) и (4) имеем

$$\ln(\mathcal{E} - U_c) = \ln \mathcal{E} - \frac{t}{RC} \quad (5)$$

и

$$\ln U_c = \ln U_a - \frac{t}{RC}. \quad (6)$$

Полученный результат показывает, что связь между логарифмом напряжения и временем линейна. Графически эта зависимость изображается прямой с наклоном  $-\frac{1}{RC}$ . Если на основе экспериментальных данных построить прямые зависимости (5) и (6), можно найти наклон, вычислить  $RC$  и, зная сопротивление  $R$ , определить емкость конденсатора  $C$ .

Электрическая схема приведена на рис. 2. Элементы схемы — конденсатор  $C$ , резистор  $R$  и ключ  $K$  смонтированы на стенде. Студентам необходимо провести недостающие соединения и подключить к соответствующим клеммам вольтметры  $V_1$  и  $V_2$ . Сопротивление цепи разрядки следует взять по рекомендации преподавателя.

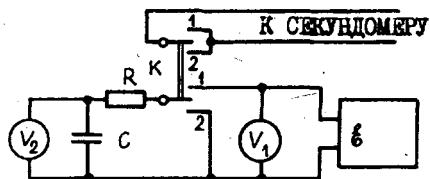


Рис. 2.

Вольтметр  $V_1$  измеряет напряжение источника, питающего конденсатор. Для этого можно использовать измерительный прибор любого типа с соответствующим диапазоном измерений и классом точности. Вольтметр  $V_2$  измеряет напряжение на обкладках конденсатора. Внутреннее сопротивление вольтметра  $V_2$  должно быть достаточно велико, чтобы через него не происходило заметной разрядки конденсатора в течение всего измерительного процесса. Этому требованию удовлетворяет электростатический вольтметр, сопротивление которого равно сопротивлению изоляции вольтметра. На результаты измерений может оказывать влияние еще самопроизвольная разрядка заряженного конденсатора через диэлектрик, сопротивление которого не бесконечно велико. В зависимости от типа конденсатора постоянные времени  $\tau_i$  самопроизвольной разрядки имеют очень различные значения, простираясь от нескольких секунд до нескольких недель. В данной работе рекомендуется использовать конденсатор с диэлектриком в виде полиэтиленовой пленки, постоянная времени которого  $\tau_i \gg 4000$  с.

Если ключ  $K$  находится в положении 1, то происходит зарядка конденсатора, если в положении 2 — разрядка. Вторая пара контактов этого же ключа управляет электрическим секундомером.

#### 4. Ход работы

I. Перед регистрацией кривой зарядки разряжаем конденсатор, перед снятием кривой разрядки — заряжаем. Это можно быстро сделать, если замкнуть сопротивление  $R$ .

2. После разрядки (зарядки) конденсатора установим на нуль секундомер и зафиксируем показания вольтметра. Затем начинаем зарядку (разрядку) конденсатора, переведя ключ  $K$  в положение I (2). Зарядку (разрядку) периодически прерываем и каждый раз фиксируем показания вольтметра и секундомера. Промежутки времени между измерениями рекомендуется выбирать так, чтобы было примерно 10 измерений в течение времени, за которое напряжение на конденсаторе увеличится до  $0,95 \mathcal{E}$  (при разрядке – снизится от значения  $\mathcal{E}$  до нижнего предела шкалы вольтметра). При этом целесообразно делать измерения примерно через одинаковые промежутки времени, а не через одинаковые интервалы напряжений. На основании формулы (2) можно показать, что до значения  $0,95 \mathcal{E}$  напряжение увеличивается за промежуток времени  $t \approx 3 \tau = 3 RC$ , если считать с момента начала процесса. Таким образом, рекомендуемые интервалы между двумя актами измерения должны быть примерно  $0,3 \tau$ . За время  $\sim 0,3 \tau$  конденсатор зарядится до напряжения примерно  $0,26 \mathcal{E}$ . Поэтому первое прерывание тока необходимо сделать тогда, когда показание вольтметра приблизится к  $0,26 \mathcal{E}$ .

3. Изучим зарядку или разрядку конденсаторов через различные резисторы или комбинацию их (по рекомендации преподавателя). Все результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу. На основании данных построим графики зависимостей  $\ln U_c = f(t)$  (разрядка) и  $\ln(\mathcal{E} - U_c) = f(t)$  (зарядка). Отдельно построим графики зависимости  $U_c = f(t)$ .

4. Определим наклоны графиков логарифмических зависимостей, вычислим постоянные времени соответствующих цепей и емкость конденсатора.

### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Какие токи называют квазистационарными?
2. Составьте дифференциальные уравнения  $RC$ -цепи и определите функции (I) – (4) как их решения.
3. Убедитесь в том, что произведение  $RC$  имеет размерность времени.
4. Докажите, что постоянная времени  $\tau$  равна такому про-

мелутку времени, в течение которого, считая с момента начала разрядки, сила тока и напряжение на конденсаторе уменьшаются в  $e = 2,72$  раза.

5. При каких условиях растет напряжение на конденсаторе (рис. 1) почти линейно со временем?

6. Опишите устройство и принцип работы электростатического вольтметра.

7. Исключается ли при данной методике возможность систематической погрешности за счет использования электростатического вольтметра? Если не исключается, то почему погрешность возникает и как оценить ее величину?

8. На основании измерений, проведенных согласно пункту 4, вычислите силу токов зарядки и разрядки и нанесите графики на координатную плоскость, на которой построены графики напряжений.

9. Опишите квазистационарные токи в цепи, изображенной на рис. 1, если вместо конденсатора включить катушку индуктивности.

### Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 73, 74.

## 12.2. ОСЦИЛЛОГРАФИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЗАРЯДКИ И РАЗРЯДКИ КОНДЕНСАТОРА

### 1. Задание

Осциллографирование напряжения конденсатора, а также токов зарядки и разрядки, определение постоянной времени цепи и емкости конденсатора.

### 2. Принадлежности

Конденсатор, 3 магазина сопротивлений, поляризационное реле, источник постоянного напряжения, электронный осциллоскоп, провода.

### 3. Экспериментальная установка

Электрическая схема установки приведена на рис. 3. За счет магнитного поля, возникающего в воздушном зазоре поляризованного реле (питаемого через ключ  $K_I$  и трансформатор  $T$  от сети), язычок  $K$  замыкает левый или правый контакт с частотой напряжения питания. В левом положении язычка конденсатор  $C$  заряжается, в правом — разряжается.

Скорость процессов зарядки и разрядки конденсатора с емкостью  $C$  зависит от сопротивлений, выбираемых на магазинах  $R_1$ ,  $R_2$ , и  $R_3$ . Для осциллографирования напряжения конденсатора нужно с  $Y$ -входом осциллоскопа соединить клеммы 2 и 6. Этот случай соответствует приведенному на рис. 3. Для осциллографирования токов зарядки и разрядки нужно на  $Y$ -вход подать напряжения с магазинов сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  или  $R_3$  (почему?)

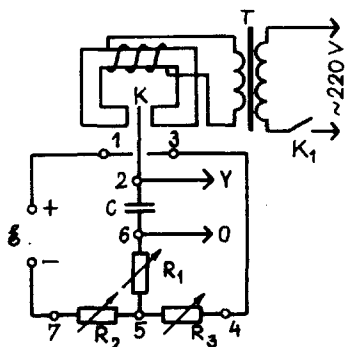


Рис. 3.

При равенстве сопротивлений  $R_1$  и  $R_3$  нулю осциллограмма напряжения соответствует рис. 4. Для обработки осциллограмм необходимо знать временную развертку электронного луча. В некоторых осциллоскопах (напр. С-48) генератор развертки луча калиброван по времени. Нужно просто тщательно прочитать инструкцию к осциллоскопу и выяснить для себя, в каких положениях должны находиться ручки на передней панели, чтобы можно было определить калибровку. В случае некалиброванных

осциллоскопов (напр. СІ-І) следует ось времени проградуировать. Это ясно из рис. 4, где полной длине цикла соответствует период  $T$  напряжения сети. Из формулы (2) следует, что постоянная времени  $\tau = RC$  численно равна промежутку времени, в течение которого конденсатор успевает зарядиться до напряжения  $U_c = (1 - \frac{1}{e})E \approx 0,63 E$ .

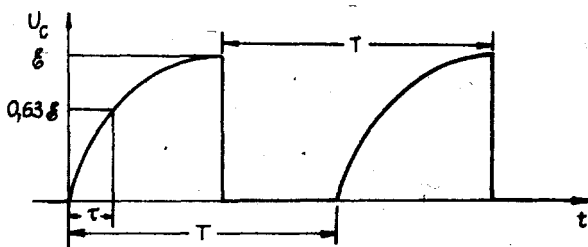


Рис. 4.

Процесс определения постоянной времени может быть следующим. Выбрав из магазина  $R_2$  достаточно малое сопротивление (почему?), определяют величину  $E$  в относительных единицах. Затем из этого же магазина выбирается такое сопротивление, при котором экспоненциальная функция хорошо выражена на осциллограмме, и на расстоянии  $0,63 E$  единиц от оси времени проводится прямая, параллельная последней. Точка пересечения прямой с осциллограммой позволяет по калиброванной оси времени определить  $\tau$  (рис. 4) и вычислить  $C$ .

#### 4. Ход работы

1. Соберем электрическую цепь согласно рис. 3 и соединим клеммы 2 и 6 с У-входом осциллографа. Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  закоротим, из магазина  $R_2$  выберем сопротивление 1000 Ом.

Включим генератор развертки осциллоскопа и после получения разрешения у преподавателя включим в сеть реле. Изменяя чувствительность входов осциллоскопа и частоту напряжения развертки, добьемся возникновения на экране одного цикла неподвижной кривой напряжения подходящего размера (2/3 диаметра экрана).

Будем изменять сопротивление  $R_2$ , наблюдая за влиянием последнего на кривую напряжения. Кривые сфотографируем или нанесем на кальку по крайней мере для пяти подходящим образом выбранных значений  $R_2$ . Изображения кривых целесообразно нанести на один лист, совмещая начала циклов и оси времени.

Согласно вышесказанному, вычислим постоянную времени, емкость конденсатора, средние арифметические значения их и погрешности. Результаты измерений и вычислений поместим в соответственно составленную таблицу.

2. Не изменяя параметров цепей ( $R_1 = 0, R_3 = 0$ ), изучим кривые тока зарядки. Для этого отсоединим конец провода, ведущего к входу осциллографа от клеммы 2, и соединим его с клеммой 7. Наблюдаем за влиянием  $R_2$  на форму кривой. Почему осциллограммы "перевернуты"? Как изменится изображение на экране, если поменять концы проводов, ведущих к входу осциллоскопа?

3. Для исследования напряжения разрядки конденсатора отсоединим конец провода, ведущего к входу осциллографа, от клеммы 7 и соединим с клеммой 2 (рис. 3). Магазины сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  пусть будут закорочены. Наблюдаем за влиянием  $R_3$  на форму кривой. Кривые зафиксируем согласно указанному в пункте I. Правила обработки осциллограмм следует выработать самостоятельно. Найденные значения  $\tau$  и  $C$  вместе с погрешностями поместим в составленную для этого случая таблицу.

4. Для осциллографирования тока разрядки отсоединим провод от клеммы 2 и присоединим к клемме 4. Наблюдения проведем так, как указано в пункте 4, за исключением того, что теперь регулируем  $R_3$  ( $R_1 = R_2 = 0$ ).

5. Для одновременного осциллографирования напряжений зарядки и разрядки переключим конец провода, ведущего к входу осциллоскопа, от клеммы 4 на клемму 2.  $R_2$  и  $R_3$  пусть будут равны нулю. Изменяя сопротивление  $R_1$ , проследим за его воздействием на форму кривой. Для пяти подходящим образом выбранных значений  $R_1$  зафиксируем кривые согласно указанному в пункте I. Кривые обработаем как и в пунктах 2 и 3. Визуально пронаблюдаем за влиянием сопротивлений  $R_2$  и  $R_3$

на форму кривых. Определим промежуток времени, в течение которого язычок реле перемещается между клеммами 1 и 3.

6. Для одновременного осциллографирования токов зарядки и разрядки переключим конец провода, ведущего к входу осциллоскопа от клеммы 2 к клемме 5. Первоначально пусть будут  $R_2$  и  $R_3$  равны нулю. Кривые зафиксируем для 5 значений  $R_1$ . Для того чтобы отличить кривую зарядки от кривой разрядки, следует изменять величину сопротивлений  $R_2$  и  $R_3$ .

### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Ответьте на все вопросы § 5 работы I2.1.

2. Являются ли изучаемые в этой работе колебания вынужденными или автоколебаниями?

3. Как определить постоянную времени цепи по осциллограммам тока зарядки и разрядки?

### Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 73, 74.

## I2.3. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

### I. Задание

Определить вольтамперную характеристику и параметры газоразрядной лампы. Возбудить и изучить релаксационные колебания в  $RC$ -цепи, содержащей газоразрядную лампу.

### 2. Принадлежности

Конденсаторы, резисторы, газоразрядная лампа, источник постоянного напряжения, реостат, осциллоскоп, миллиамперметр, вольтметр, секундомер, провода.



### 3. Теоретическое введение

Разрядка конденсатора через резистор есть аperiодический процесс, длительность которого определяется временной постоянной цепи (см. выражения (3) и (4)). Этот процесс можно сделать периодическим, если через определенные промежутки времени восполнять заряд на конденсаторе. Если это производится так, как описано в работе I2.2, возникающие несинусоидальные колебания называют вынужденными. Несинусоидальные колебания можно создавать также с помощью автогенераторов. Теперь называют их релаксационными и соответствующее устройство — релаксационным генератором. Составной частью простейшего релаксационного генератора, кроме конденсатора и резистора, является газоразрядная лампа. Прежде чем описать принцип работы генератора, ознакомимся с некоторыми свойствами газоразрядной лампы.

Газоразрядная лампа обычно представляет собой стеклянный баллон, заполненный каким-либо инертным газом (часто неоновом) при низком давлении. В лампе имеется два параллельных дискообразных электрода или два коаксиальных цилиндра, выводы от которых проходят через стенку баллона. Схема для определения параметров газоразрядной лампы представлена на рис. 5. При изменении напряжения, приложенного к лампе  $H$ ,

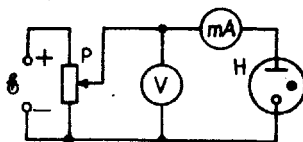


Рис. 5.

изменяется сила протекающего через нее тока. Вольтамперная характеристика газоразрядной лампы представлена на рис. 6.

Из рисунка видно, что при небольших напряжениях заметный ток через лампу отсутствует. При напряжении  $U_z$  лампа зажи-

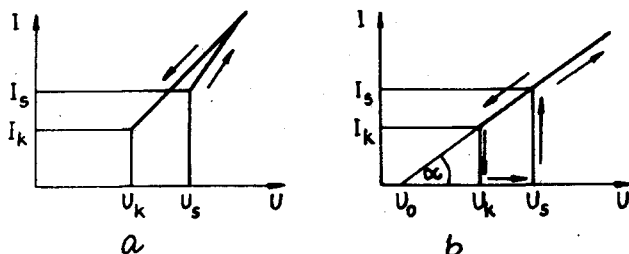


Рис. 6.

гается и сила тока растет скачкообразно до значения  $I_s$ . При дальнейшем увеличении напряжения сила тока возрастает. Если уменьшить напряжение, уменьшается и ток, но по другой прямой (рис. 6 а) и исчезает, когда достигается напряжение гашения  $U_2 < U_3$ . Благодаря разнице между напряжением зажигания и гашения лампы можно использовать ее в генераторе релаксационных колебаний. Для упрощения задачи реальную характеристику на рис. 6 а можно заменить идеальной (рис. 6 б). Математически идеальную характеристику можно описать выражением:

$$U = U_0 + R_i I$$

или

$$I = \frac{U - U_0}{R_i}, \quad (7)$$

где  $R_i = \frac{dU}{dI}$  — дифференциальное сопротивление газоразрядной лампы,

$I$  — сила тока через лампу.

При этом надо учитывать, что  $R_i$  не является непрерывной функцией  $U$ . При увеличении напряжения в интервале напряжений  $0 - U_3$  сопротивление  $R_i = \infty$ , при больших напряжениях оно имеет постоянную величину. При уменьшении напряжения  $R_i = \text{const}$  до  $U = U_2$ ; при меньших напряжениях сопро-

твление становится опять бесконечно большим.

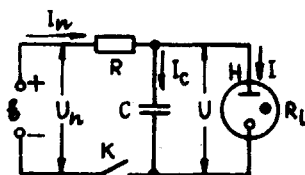


Рис. 7.

На рис. 7 показана простейшая схема генератора релаксационных колебаний. При замкнутом ключе  $K$  можно на основании законов Кирхгофа и уравнения (7) записать:

$$\begin{cases} I_n R + U = U_n \\ I_n = I_c + I \\ I R_i = U - U_0. \end{cases}$$

Из этой системы уравнений следует, что

$$I_0 + U \left( \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R} \right) = \frac{U_n}{R} + \frac{U_0}{R_i}$$

или

$$I_c + \frac{U}{z} = \frac{U_n}{R} + \frac{U_0}{R_i}, \quad (8)$$

где

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R}. \quad (9)$$

Решая как  $CU = Q$  и  $\frac{dQ}{dt} = I_c$ , то

$$C \frac{dU}{dt} + \frac{U}{z} = \frac{U_n}{R} + \frac{U_0}{R_i}. \quad (10)$$

Последнее дифференциальное уравнение вместе с начальными условиями описывает процесс, происходящий в схеме. Следует обратить внимание на описанную выше прерывистость функции  $R_i$ .

Решением уравнения (7) является выражение

$$\frac{u}{2} = \frac{u_n}{R} + \frac{u_0}{R_i} + A e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (II)$$

где  $A$  — постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий.

Так как в выражении (II) содержится скачкообразно изменяющаяся величина  $R_i$ , то для описания процесса необходимы два уравнения: одно — отвечающее случаю  $R_i = \infty$ , другое — случаю  $R_i = \text{const}$ .

В момент замыкания ключа  $K$  конденсатор  $C$  не заряжен, т.е.  $R_i = \infty$  и уравнение (II) при учете (9) запишется

$$u = u_n + R A e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (I2)$$

Поскольку в начальный момент  $t = 0$  напряжение  $u = 0$ , то

$$A = -\frac{u_n}{R}, \text{ следовательно, } u = u_n \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right).$$

Из последнего выражения следует, что напряжение на обкладках конденсатора растет и стремится асимптотически к значению  $u_n$ . Когда  $u_z < u_n$ , то лампа в определенный момент загорается, так как напряжение на конденсаторе  $C$  достигает значения  $u_z$ . Необходимое для этого время (точка А, рис. 8) определяется из выражения

$$u_z = u_n \left(1 - e^{-\frac{t_z}{RC}}\right),$$

откуда

$$t_z = RC \ln \frac{u_n}{u_n - u_z}. \quad (13)$$

В момент зажигания лампы значение  $R_i$  убывает скачкообразно до конечного значения. Для того чтобы определить дальнейшее поведение системы, следует проанализировать уравнение (II) при конечном значении  $R_i$  вместе с граничными условиями в момент времени  $t_z$ . Когда в момент времени  $t_z$  бесконечно большое  $R_i$  изменяется до конечного значения  $R_i = \text{const}$ , расчет скачкообразно сила тока, приобретая сразу значение  $I_z$ . На самом деле, поскольку каждая цепь обладает индуктивностью, сила тока возрастает с большой, но все же конечной скоростью. Надо учитывать, что энергия системы изменяется не-

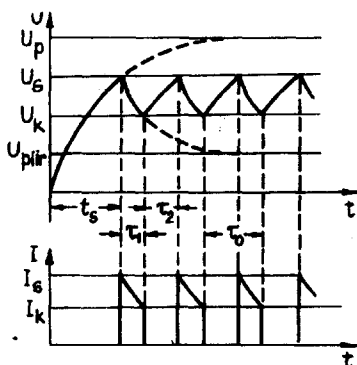


Рис. 8.

прерывно, в противном случае мгновенным изменениям энергии на конечное значение должны были бы соответствовать бесконечно большие значения мощности. В данной цепи энергия накапливается в конденсаторе  $C$ . Так как энергия конденсатора определяется формулой  $\frac{1}{2} C u^2$ , то и напряжение на конденсаторе должно изменяться непрерывно, т.е. оставаться неизменным в момент возникновения или исчезновения тока  $I$ . Так как лампа зажигается при напряжении  $u_z$ , то в момент  $t_z$  напряжение  $u = u_z$ . Отсюда, если  $t_1 = 0$ , то  $u = u_z$  и из урав-

нения (II) следует:

$$A = \frac{U_z}{z} - \left( \frac{U_n}{R} + \frac{U_0}{R_i} \right). \quad (14)$$

Уравнение (II) теперь запишется в виде

$$\frac{U}{z} = \frac{U_n}{R} + \frac{U_0}{R_i} + \left( \frac{U_z}{z} - \frac{U_0}{R_i} - \frac{U_n}{R} \right) e^{-\frac{t}{zC}}, \quad (15)$$

где

$$t_1 = t - t_3.$$

Из уравнения (15) следует, что напряжение  $U$  на пластинках конденсатора асимптотически стремится к граничному значению

$$U_{zp} = z \left( \frac{U_n}{R} + \frac{U_0}{R_i} \right). \quad (16)$$

Если  $U_{zp} < U_2$ , то напряжение на конденсаторе падает и становится равным  $U_2$  (точка B на рис. 8). В этот момент лампа гаснет, конденсатор снова заряжается и лампа вновь зажигается при значении напряжения  $U_z$  (точка C на рис. 8). Описанный процесс периодически повторяется.

Условием возникновения колебаний является неравенство:

$$U_{zp} < U_2 < U_z < U_n. \quad (17)$$

Из уравнения (16) и написанного выше выражения следует

$$\frac{U_n - U_2}{R} \leq \frac{U_2 - U_0}{R_i}. \quad (18)$$

В неравенстве (18) правый член зависит только от свойств газоразрядной лампы, в то время как левая сторона зависит также от сопротивления  $R$  и напряжения  $U_n$ . Из неравенства (18) следует, что для возникновения колебаний при заданном значении  $U_n$  величина  $R$  должна быть больше некоторого значения, а также при заданном  $R$  величина  $U_n$  должна быть меньше некоторого значения (естественно, не меньше  $U_z$ ). Физический смысл неравенства (18) ясен. Правая часть неравенства определяет силу тока через лампу в том случае, когда напряжение на ее клеммах равно  $U_z$  (см. уравнение (7)). Это наименьший ток, при котором лампа еще горит. Левая часть неравенства (18) определяет силу тока, поступающего от батареи в  $RC$ -цепь, когда напряжение на пластинах конденсатора равно  $U_2$  (см. уравнение, приведенное выше). Очевидно, что если этот последний ток меньше, чем первый, то часть заряда, проходящего через лампу, обеспечивается конденсатором, в результате чего напряжение на его обкладках падает и лампа гаснет. Именно это и необходимо для возникновения колебаний.

Конденсатор разряжается до тех пор, пока напряжение на его обкладках не становится равным  $U_z$ . Время разрядки конденсатора  $\tau_1$  определяется уравнением

$$\frac{U_2}{2} = \frac{U_n}{R} + \frac{U_0}{R_i} + \left( \frac{U_z}{2} - \frac{U_0}{R_i} - \frac{U_n}{R} \right) e^{-\frac{\tau_1}{RC}}, \quad (19)$$

откуда

$$\tau_1 = 2C \ln \frac{(U_z - U_0)R - (U_n - U_z)R_i}{(U_2 - U_0)R - (U_n - U_2)R_i}. \quad (20)$$

После гашения газоразрядной лампы начинается снова зарядка конденсатора, которая описывается выражением:

$$U = U_n - A e^{-\frac{t_2}{RC}}, \quad \text{где} \quad t_2 = t_1 - (t_3 + \tau_1).$$

По сравнению с первоначальной зарядкой начальные условия теперь другие. Опираясь на рассуждение, аналогичное приведенному при объяснении зажигания лампы, можно утверждать, что напряжение на пластинах конденсатора не изменяется скачкообразно. Таким образом, при повторной зарядке начальными условиями будут:  $t_2 = 0$  и  $U = U_2$ . Следовательно,  $A = U_n - U_2$  и

$$U = U_n - (U_n - U_2) e^{-\frac{t_2}{RC}}. \quad (21)$$

Поскольку зарядка продолжается до тех пор, пока напряжение на обкладках конденсатора не достигнет значения  $U_3$ , то время зарядки определяется из выражения

$$U_3 = U_n - (U_n - U_2) e^{-\frac{\tau_2}{RC}},$$

откуда

$$\tau_2 = RC \ln \frac{U_n - U_2}{U_n - U_3}. \quad (22)$$

Итак, теперь известны условия возникновения колебаний (неравенство (18)), их период  $\tau_0 = \tau_1 + \tau_2$  (выражения (20) и (22)) и амплитуда (определенная значениями  $U_3$  и  $U_2$ ). В общем виде определена и форма колебаний. Зависимость тока от времени, согласно графику на рис. 8 - разрывная функция, график напряжения - непрерывен. В определенных точках испытывает разрыв только производная от напряжения по времени.

#### 4. Ход работы

1. Для определения характеристики газоразрядной лампы соберем цепь, как показано на рис. 5. Для ограничения тока последовательно с лампой подключается резистор  $R_1$  в несколько килоом, точное значение сопротивления дано в паспорте. Зафиксируем силу тока по крайней мере при десяти значе-



ниях напряжения, один раз — увеличивая напряжение, второй раз — уменьшая его. Особенно точно определим значения напряжения зажигания и гашения газоразрядной лампы. Измеренные значения приведем в таблице и нарисуем вольтамперную характеристику лампы вместе с резистором  $R_i'$  и без него. С помощью графика найдем  $U_3, U_2, I_3, I_2, U_0$  и суммарное сопротивление лампы  $R_i$  и включенного последовательно с ней сопротивления  $R_i'$ . Это сопротивление следует рассматривать как внутреннее сопротивление лампы, так как сопротивление  $R_i'$  останется включенным последовательно с лампой и во всех последующих опытах.

2. Для контроля условий возникновения релаксационных колебаний и определения их периода соберем цепь согласно схеме на рис. 9. Если источник напряжения имеет регулируемый выход, то нет необходимости включать потенциометр  $P$ . Пусть в цепь будет вначале включен конденсатор  $C_1$ .

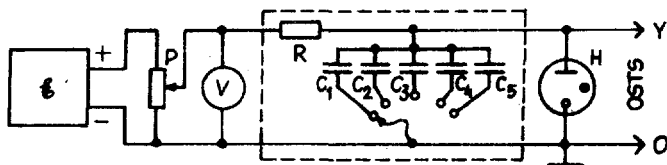


Рис. 9.

3. Ознакомимся по инструкции с регуляторами на передней панели осциллооскопа и только тогда, получив разрешение у преподавателя, подадим напряжение на цепь.

4. Определим диапазон напряжений, в котором колебания имеют место. Посмотрим, остается ли этот диапазон таким же для других конденсаторов. Проверим, удовлетворяют ли граничные напряжения  $U_{n\max}$  и  $U_{n\min}$  условиям

$$U_{n\min} = U_3,$$

$$U_{n\max} = \frac{U_2 - U_0}{R_i} R + U_2.$$

Последняя формула следует из выражения (18). Убедитесь в этом!

5. Определим зависимость периода колебаний от напряжения

питания  $U_n$  для конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$ . Для определения периода используем калиброванные развертки осциллоскопа. Если осциллоскоп не калиброван, проградуируем его самостоятельно. В случае малой частоты колебаний невозможна их регистрация с помощью осциллоскопа, поэтому в этом случае измерим период с помощью секундомера. Считая время разрядки конденсатора  $C_1$  на много меньшим времени зарядки, вычислим период колебаний при определенных значениях напряжения по формуле (22). Все результаты измерений и вычислений поместим в соответствующую составленную таблицу. Экспериментально и теоретически полученные зависимости периода от напряжения питания представим графически на одной плоскости.

6. Выберем такое напряжение  $U_n$ , которое обеспечивает колебания примерно с одинаковой амплитудой для всех пяти конденсаторов и определим периоды колебаний при этом напряжении. Результаты измерений периода поместим в таблице вместе с вычисленными теоретически по формуле (22). Зависимость периода от емкости конденсатора представим графически в виде двух кривых на одной и той же плоскости.

7. Выберем один из конденсаторов  $C_1 \dots C_5$  и детальнее изучим форму пилообразного напряжения ( $U_1, U_2, U_0$  и амплитуду) в зависимости от напряжения  $U_n$  питания. Характерные изображения на экране осциллографа сфотографируем или нанесем мягким карандашом на кальку.

Оценим качественно отношение времени зарядки к времени разрядки  $U_2/U_1$  в зависимости от напряжения питания. Установим, согласуется ли это значение с выводом, который можно сделать по рис. 8 и формулам (20) и (22) (каким выводом?).

Для определения амплитуды колебаний используем калиброванный У-вход осциллоскопа. Амплитуду измерим при 10–15 значениях напряжения. Интервалы изменения напряжения должны быть малыми при тех значениях, где амплитуда сильно зависит от напряжения. В том же диапазоне напряжений измерим период и вычислим частоту колебаний. Зависимости амплитуды колебаний от напряжения и частоты представим графически. Приведем объяснение причин, обуславливающих полученные зависимости.

## 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Ответьте на все вопросы § 5 работы I2.1 и решите все задания.

2. Что называют газовым разрядом?

3. Какой разряд называют несамостоятельным, какой – самостоятельным?

4. Приведите типичную вольт-амперную характеристику газового разряда и укажите на ней области самостоятельного и несамостоятельного разрядов.

5. Назовите и охарактеризуйте форму самостоятельного газового разряда.

6. При каких условиях возникает тлеющий разряд? Укажите на вольт-амперной характеристике область его существования.

7. Какой тлеющий разряд называют нормальным, какой – аномальным, а какой – субнормальным?

8. Опишите свойства тлеющего разряда. Почему напряжение зажигания тлеющего разряда выше напряжения его гашения? Характерно ли это только для тлеющего разряда?

9. Что называют плазмой?

10. Опишите наиболее важные случаи применения тлеющего разряда.

11. Постройте нагрузочные прямые тлеющего разряда, т.е. графики функции  $\mathcal{U} = f(U)$  для случая включения лампы по схеме 7. Постоянное напряжение  $U_n$  питания выберите сами. Нагрузочные прямые постройте для трех различных значений сопротивления  $R$ :  $R = R_{кр}$ ,  $R < R_{кр}$  и  $R > R_{кр}$ , где  $R_{кр} = (U_n - U_2)/I_2$  (см. формулу (18)). Прямые постройте в тех же осях координат, в которых построена идеальная рабочая характеристика лампы (см. рис. 6, б). Как должна располагаться нагрузочная прямая относительно рабочей характеристики, чтобы возникли релаксационные колебания?

12. Выведите формулу (18).

13. Дополните рис. 8 графиками тока зарядки и разрядки конденсатора.

14. Каким током следовало бы питать конденсатор  $C$  на

рис. 7 или 9, чтобы получить пилообразное напряжение с линейным ростом напряжения?

15. Что является причиной зависимости амплитуды релаксационных колебаний от частоты колебаний (напряжения питания)?

16. Какие преимущества для генерирования релаксационных колебаний имеет трехэлектродная газоразрядная лампа, т.е. тиратрон по сравнению с двухэлектродной лампой?

17. Где используют релаксационные колебания?

### Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 73, 74, 171 и 216.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 80-87.

## 13. СВОБОДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

### 13.1. ОСЦИЛЛОГРАФИРОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ

#### 1. Задание

Ознакомиться с получением свободных электромагнитных колебаний. Определить их период, логарифмический декремент затухания и критическое сопротивление цепи.

#### 2. Принадлежности

Катушка индуктивности, батарея конденсаторов, магазин сопротивлений, поляризационное реле вместе с источником постоянного напряжения на стенде или импульсный генератор, осциллоскоп, провода.

#### 3. Теоретическое введение

Легко показать, что разрядка заряженного конденсатора при некоторых условиях может происходить по периодическому

закону. Говорят, что в цепи имеют место свободные электромагнитные колебания: периодически изменяются величины, характеризующие как электрическое и магнитное поля так и ток.

Пусть цепь собрана согласно схеме на рис. I. Если ключ  $K$  находится в положении 1, то конденсатор  $C$  заряжается. После переключения  $K$  в положение 2 начинается разрядка конденсатора. Считая ток в цепи, содержащей конденсатор  $C$ , катушку индуктивности  $L$  и резистор  $R$ , квазистационарным, можно на основании II правила Кирхгофа записать

$$u_c + iR = \mathcal{E}_e,$$

где  $u_c$  — напряжение на обкладках конденсатора в какой-то момент времени  $t$ ,

$i$  и  $\mathcal{E}_e$  — сила тока и э.д.с. самоиндукции в тот же момент времени.

Поскольку  $u_c = \frac{q}{C}$ , где  $q$  — заряд конденсатора и

$$\mathcal{E}_e = -L \frac{di}{dt} = -L \ddot{q},$$

то

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (I)$$

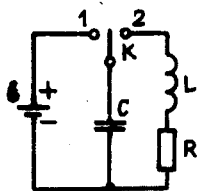


Рис. I.

Для решения полученного дифференциального уравнения удобно обозначить

$$\frac{R}{L} = 2\beta \quad \text{и} \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2,$$

а также ввести новую переменную  $z$ :

$$z = q e^{\beta t}.$$

После необходимых преобразований уравнение (I) примет вид:

$$\ddot{z} + (\omega_0^2 - \beta^2) z = 0. \quad (2)$$

Если параметры цепи будут такими, что  $\omega_0^2 \geq \beta^2$ , то можно обозначить  $\omega_0^2 - \beta^2 = \omega^2$ , где  $\omega$  — реальное положительное число, благодаря чему

$$\ddot{z} = -\omega^2 z. \quad (3)$$

Путем простой подстановки легко убедиться, что последнему уравнению удовлетворяет функция

$$z = a \sin(\omega t + \varphi). \quad (4)$$

Таким образом, заряд на обкладках конденсатора в момент времени  $t$  будет

$$q = a e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

т.е. изменяется периодически во времени. Величины  $a$  и  $\varphi$  — постоянные, определяемые из начальных условий; круговая частота и период колебаний зависят только от свойств контура:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (6)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (6a)$$

В общем случае функция (5) описывает затухающие колебания. Скорость затухания характеризуется логарифмическим декрементом затухания  $\delta$ , который определяется как натуральный логарифм отношения двух односторонних соседних амплитуд:

$$\delta = \ln \frac{q_t}{q_{t+T}} = \beta T = \frac{R}{2L} T. \quad (7)$$

Логарифмический декремент затухания равен обратному числу полных колебаний, после совершения которых амплитуда уменьшается в  $e$  раз. Пусть на это потребуется время  $t_1$ . Амплитуда затухающих колебаний в момент времени  $t$  согласно уравнению (5):

$$q_t = a e^{-\beta t}$$

и через время  $t_1$

$$q_{t+t_1} = a e^{-\beta(t+t_1)}$$

Из двух последних выражений получаем

$$\frac{q_t}{q_{t+t_1}} = e^{\beta t_1}$$

С другой стороны,  $\frac{q_t}{q_{t+t_1}} = e$ , благодаря чему  $\beta t_1 = 1$

Так как  $\delta = \beta T$ , то  $\frac{\pi}{t_1} = \frac{1}{N} = \delta$ , где  $N$  — число полных колебаний за время  $t_1$ .

Часто контур характеризуют его добротностью  $Q = \frac{\pi}{\delta}$ . Из сказанного выше следует, что добротность равна полному числу колебаний, в течение которых амплитуда уменьшается в  $e$  раз, умноженному на  $\pi$ :  $Q = \pi N$ .

Если активное сопротивление  $R$  контура равно нулю, то  $\beta = 0$  и амплитуда колебаний будет постоянной. Период и частоту т.н. собственных колебаний вычисляют по формулам:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{и} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Если  $\frac{R^2}{4LC} \gg \frac{1}{LC}$ , то разрядка конденсатора будет происходить по аperiodическому закону. Критическое сопротивление

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (8)$$

Одновременно с периодическим изменением заряда конденсатора периодически изменяется сила тока через конденсатор и напряжение на его обкладках.

Действительно,

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{a e^{-\beta t}}{C} \sin(\omega t + \varphi) \quad (9)$$

и

$$i = \dot{q} = a e^{-\beta t} [-\beta \sin(\omega t + \varphi) + \omega \cos(\omega t + \varphi)]_{IO}$$

Для вычисления величин  $q$ ,  $u_c$  или  $i$  надо определить константы  $a$  и  $\varphi$ . Пусть в начальный момент при  $t = 0$   $q = q_0$  и  $\dot{i} = 0$ . Из формул (5) и (10)

$$\begin{cases} q_0 = a \sin \varphi \\ \omega \cos \varphi = \beta \sin \varphi, \end{cases}$$

откуда

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{4L}{R^2 C} - 1} \quad \text{и} \quad a = \frac{q_0}{\sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}}}.$$

В случае собственных колебаний  $\varphi = \pi/2$  и  $a = q_0$ . благодаря чему

$$\begin{cases} q = q_0 \cos \omega_0 t \\ u_c = \frac{q_0}{C} \cos \omega_0 t = u_c \cos \omega_0 t \\ i = q_0 \omega_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = i_c \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}), \end{cases} \quad (II)$$

где

$$i_c = \frac{q_0}{\sqrt{LC}} = \frac{u_c}{\sqrt{\frac{L}{C}}}.$$



Последние уравнения показывают, что между силой тока и напряжением имеется сдвиг фаз на  $\pi/2$ , а амплитудное значение тока вычисляется по формуле, напоминающей закон Ома. Величину  $\sqrt{\frac{L}{C}}$ , размерность которой совпадает с размерностью сопротивления, называют волновым сопротивлением контура.

В ряде случаев колебательный процесс целесообразно описывать с помощью зависимости  $u_c = f(i)$ . Кривые этой зависимости называют фазовыми кривыми. В случае отсутствия затухания фазовой кривой является эллипс. В этом легко убедиться, если из уравнений (II) исключить время. В случае затухания амплитуда колебаний уменьшается и фазовой кривой является спираль.

#### 4. Экспериментальная установка

Для изучения свободных электромагнитных колебаний с помощью осциллооскопа можно использовать схемы а или б рис. 2.

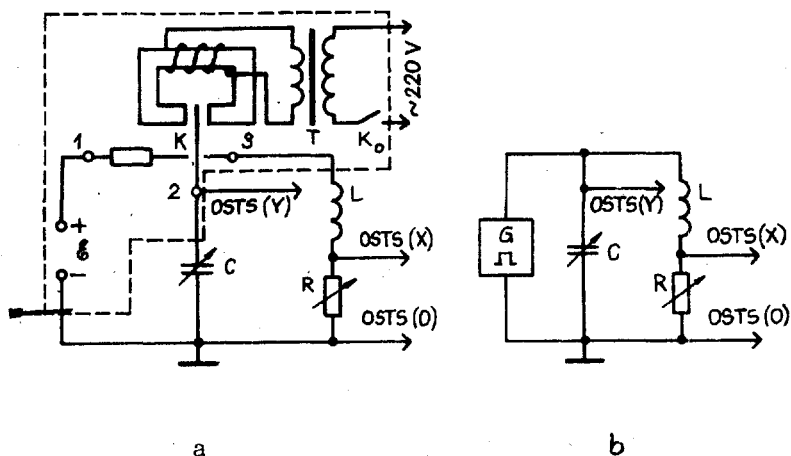


Рис. 2.

В случае схемы 2а поляризационное реле питается от сети через трансформатор  $T$ . В результате этого в воздушном промежутке реле возникает магнитное поле, которое заставляет язычок  $K$  в течение полупериода определенного знака замыкать

левую или правую цепь. В левом положении язычка конденсатор заряжается, в правом — разряжается через катушку  $L$  и магазин сопротивлений  $R$ .

В случае схемы 2b конденсатор питают кратковременными импульсами напряжения от генератора  $G$ . В промежутке между двумя импульсами конденсатор разряжается через  $LR$ -цепь.

Процесс зарядки и разрядки конденсатора в обеих схемах можно наблюдать на экране осциллооскопа, если напряжение с конденсатора подать на  $Y$ -вход осциллооскопа и включить генератор развертки. (Зарядка конденсатора нас не интересует, в данной работе это аperiodический процесс). Если использовать калиброванные развертки осциллооскопа или самим проградуировать временную развертку осциллооскопа, то по осциллограммам можно вычислить период свободных колебаний. Это ясно из рис. 3, где изображены осциллограммы напряжений зарядки и разрядки конденсатора в продолжение одного периода  $T$  напряжения питания. На основании рисунка 3 можно записать, что период свободных колебаний

$$T = \tau \frac{\Delta S}{n S_0}, \quad (12)$$

где  $S$  — развертка в единицах шкалы, соответствующая одному периоду напряжения питания,  $\Delta S = n S_0$  — длина развертки, соответствующая  $n$  полным периодам,  $S_0$  — продолжительность периода свободных колебаний в тех же единицах.

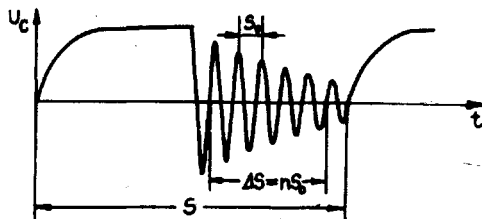


Рис. 3.

Для получения фазовых кривых необходимо выключить гене-

ратор развертки осциллоскопа и напряжения с конденсатора и резистора подать на Y- и X-входы соответственно.

## 5. Ход работы

1. По рекомендации преподавателя соберем цепь по схеме на рис. 2а или 2б. В случае схемы 2а реле вместе с трансформатором и источником постоянного напряжения смонтированы на стенде. Необходимо провести отсутствующие подключения.

2. Из батареи конденсаторов выберем рекомендованную преподавателем емкость, сопротивление магазина сопротивлений пусть будет равно нулю. Включим генератор развертки осциллоскопа и реле (рис. 2а) или генератор импульсов (рис. 2б). С помощью соответствующих ручек управления осциллоскопа установим на экране неподвижное изображение одного цикла зарядки-разрядки конденсатора (рис. 3). Это существенно в случае осциллоскопа без калиброванной развертки.

3. При постоянной индуктивности и нулевом сопротивлении магазина сопротивлений определим зависимость периода свободных колебаний от емкости конденсатора. Для этого используем калиброванные развертки осциллоскопа (обратите внимание на положение ручек управления осциллоскопа!) или сами проградуируем осциллоскоп. При определении периода нежелательно использовать первый период, считая от начала процесса разрядки.

Измерения выполним по крайней мере для 10 различных значений емкости. Диапазон изменения емкостей задает преподаватель. Измеренные значения периодов и квадраты этих значений поместим в соответствующую таблицу, построим график зависимости  $T^2 = f(C)$ , определим наклон графика и вычислим индуктивность цепи.

4. При постоянных значениях индуктивности и емкости цепи изучим влияние сопротивления на амплитуду и период колебаний. Период колебаний и логарифмический декремент затухания определим по крайней мере для 10 значений сопротивления в диапазоне, заданном преподавателем. Метод определения логарифмического декремента затухания выработаем сами и ознакомим с ним преподавателя. По форме осциллограммы попытаемся

определить критическое сопротивление. Характерные изображения с экрана осциллографа следует сфотографировать или скопировать мягким карандашом на кальку.

Экспериментально измеренные и теоретически вычисленные по формулам (6,а) и (7) значения периодов и логарифмических декрементов затухания занесем в таблицу и представим графически как зависимости от сопротивления  $R$ . Естественно, что во всех расчетах следует учесть собственное омическое сопротивление катушки. Для крайних значений сопротивления вычислим добротность контура. Сравним значения критического сопротивления, вычисленные по формуле (8), с экспериментальными значениями.

5. Для получения фазовой кривой выключим генератор развертки осциллографа. Изменяя сопротивление и емкость, будем наблюдать за их влиянием на форму фазовой кривой. В случае необходимости поменяем местами концы проводов, ведущих к  $Y$ - и  $X$ -входам осциллографа, т.е. подадим на  $X$ -вход напряжение от конденсатора, а на  $Y$ -вход — напряжение с резистора. Характерные фазовые кривые следует сфотографировать или нанести на кальку. На основании фазовых кривых определим логарифмический декремент затухания и добротность контура (как?) при неизменных значениях индуктивности и емкости, но при десяти различных значениях сопротивления. Результаты измерений поместим в таблицу и представим в виде двух графиков на единой координатной плоскости.

## 6. Дополнительные вопросы и задания

1. Какие колебания называют свободными, собственными, вынужденными, параметрическими и автоколебаниями? Объясните, что в них общего и в чем различие?

2. Где сосредотачивается энергия не имеющего сопротивления контура в моменты времени  $T/8$ ,  $T/4$ ,  $T/2$ ,  $3T/4$  после начала разрядки конденсатора?

3. Какую постоянную в теории колебаний называют постоянной затухания и как она связана с логарифмическим декрементом затухания?

4. Каким образом добротность контура характеризует про-

цесс колебаний энергетически?

5. Как создать в контуре, обладающем сопротивлением, колебания с постоянной амплитудой?

6. Представьте уравнение фазовой кривой при сопротивлении контура равном нулю.

7. Докажите справедливость формулы (12).

### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 88-90.

## 14. ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

### 14.1. ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### 1. Задание

Определить индуктивность и емкость с помощью вольтметра и амперметра, проверить закон Ома, определить мощность и сдвиг фаз. Ознакомиться с принципом действия измерительных приборов переменного тока (амперметр, вольтметр, ваттметр, частотомер, фазометр).

#### 2. Принадлежности

Катушка индуктивности с несколькими выводами, батарея конденсаторов, 2 реостата, амперметр, вольтметр, ваттметр, частотомер, фазометр, мост постоянного тока, провода.

#### 3. Теоретическое введение

Переменным током в узком смысле слова называют ток, изменяющийся периодически во времени по направлению или по направлению и величине. В практике чаще всего используется синусоидально изменяющийся переменный ток, который можно описать функцией

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (I)$$

или

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (I')$$

где  $i$  — мгновенное значение тока,  $I_m$  — амплитудное значение тока,  $\omega$  — угловая частота,  $t$  — время,  $(\omega t + \varphi)$  — фаза,  $\varphi$  — начальная фаза.

Как видно из приведенных выше выражений, фаза колебаний определяет (колебаниями и будут токи, описываемые формулами (I) и (I')) силу тока в момент времени  $t$ , начальная фаза определяет ее в начальный момент времени  $t = 0$ .

Синусоидально во времени могут изменяться не только сила тока, но и другие величины, характеризующие электрическое и магнитное поле. Это мы и рассмотрим ниже. Предварительно же следует ознакомиться по учебнику или по приложению к данному учебному пособию с математическими методами описания гармонических колебаний.

Цепь с чисто активным сопротивлением. Такая цепь изобра-

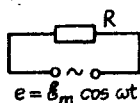


Рис. I.

жена на рис. I. Сопротивление пусть будет образовано только сопротивлением нагрузки, внутреннее сопротивление источника тока будем считать пренебрежимо малым. Пусть э.д.с. источника изменяется по закону

$$e = \mathcal{E}_m \cos \omega t$$

так медленно, что ток можно считать квазистационарным. Это условие позволяет вычислить мгновенное значение силы тока по закону Ома:

$$i = \frac{e}{R} = \frac{\mathcal{E}_m}{R} \cos \omega t = I_R \cos \omega t.$$

Таким образом, синусоидально (точнее, косинусоидально) изменяющаяся э.д.с. служит причиной возникновения синусоидально изменяющегося тока, причем сила тока находится в фазе с э.д.с. На векторной диаграмме в начальный момент времени можно представить обе величины векторами  $\vec{E}_m$  и  $\vec{I}_R$ , направленными по горизонтальной оси (рис. 2).

Можно также утверждать, что при протекании через резистор синусоидального тока на концах резистора существует синфазно с током изменяющееся синусоидальное напряжение  $u_R$ . Амплитуда этого напряжения

$$U_R = I_R R$$

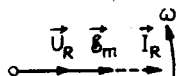


Рис. 2.

и вектор  $\vec{U}_R$  можно в начальный момент направить также по горизонтальной оси. Графики, выражающие зависимость силы тока и напряжения от времени, постройте самостоятельно.

Цепь с чисто индуктивным сопротивлением. Цепь изображена на рис. 3. Нагрузкой источника тока является катушка, индуктивность которой  $L$ , а активное сопротивление пренебрежимо мало, также как и внутреннее сопротивление источника. Изменяющаяся во времени э.д.с.  $e = E_m \cos \omega t$  создает изменяющийся ток и он в свою очередь - э.д.с. самоиндукции  $e_s = -L \frac{di}{dt}$  в катушке. Исходя из условия квазистационарности, можно на основании II правила Кирхгофа записать

$$e + e_s = 0$$

или

$$L \frac{di}{dt} = E_m \cos \omega t$$

и

$$di = \frac{E_m}{L} \cos \omega t dt,$$

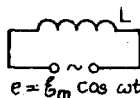


Рис. 3

откуда после интегрирования имеем

$$i = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \sin \omega t = I_L \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}).$$

И в данном случае синусоидально изменяющаяся э.д.с. вызывает появление синусоидального тока. Амплитуда этого тока

$$I_L = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L}, \quad (2)$$

а сдвиг фазы относительно э.д.с. равен  $-\frac{\pi}{2}$ ; ток отстает от э.д.с. по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ .

Как видно из формулы (2), размерность величины  $\omega L$  совпадает с размерностью сопротивления и значение этой величины может быть, следовательно, выражено в единицах сопротивления. По своему воздействию на амплитуду переменного тока величина  $\omega L$  эквивалентна сопротивлению  $X_L = \omega L$ ; ее называют индуктивным сопротивлением. В отличие от сопротивления  $R$  индуктивное сопротивление вызывает сдвиг по фазе между током и э.д.с. Верно и обратное: при протекании через катушку синусоидального тока  $i = I_L \cos \omega t$  на концах катушки существует синусоидально изменяющееся напряжение

$$u_L = U_L \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

Амплитуда этого напряжения  $U_L = I_L X_L$ . Мгновенные значения напряжения опережают мгновенные значения силы тока по фазе на  $\pi/2$ . Векторная диаграмма для последних величин в начальный момент времени приведена на рис. 4. Графики зависимости силы тока и напряжения от времени постройте самостоятельно.

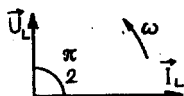


Рис. 4.

Цепь с чисто емкостным сопротивлением. Цепь изображена на рис. 5. Пусть индуктивное и активное сопротивления цепи будут пренебрежимо малы. На основании II правила Кирхгофа можно записать



$$e = u_c,$$

где  $u_c$  — мгновенное значение напряжения на конденсаторе. Поскольку  $u_c = \frac{q}{C}$ , где  $q$  — заряд на обкладках конденсатора, то мгновенные значения силы тока зарядки или разрядки конденсатора

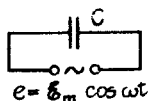


Рис. 5.

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{E_m}{\frac{1}{\omega C}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_c \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Опять синусоидальная э.д.с. вызывает появление синусоидального тока, причем амплитуда тока

$$I_c = \frac{E_m}{\frac{1}{\omega C}} \quad (3)$$

и сдвиг фазы относительно э.д.с. равен  $\frac{\pi}{2}$ , т.е. сила тока опережает э.д.с. по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ . Поскольку по действию на амплитуду тока величина  $X_c = \frac{1}{\omega C}$  равносильна сопротивлению, то ее называют емкостным сопротивлением.

Верно и обратное: если через емкость протекает синусоидальный ток  $i = I_c \cos \omega t$  (что это за ток?), то между клеммами конденсатора существует напряжение  $u = U_c \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ , причем амплитуда этого напряжения  $U_c = I_c X_c$  и оно отстает от силы тока по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ . Векторная диаграмма для силы тока и напряжения в начальный момент времени приведена на рис. 6. Соответствующие синусоидальные функции нарисуйте самостоятельно.

Цепь, содержащая последовательно включенные активное, индуктивное и емкостное сопротивления. Пусть к источнику переменного тока подключены резистор с сопротивлением  $R$ , катушка с индуктивностью  $L$  и конденсатор

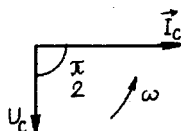


Рис. 6.

с емкостью  $C$  согласно схеме на рис. 7. Естественно предположить, что ток, протекающий через такую цепь, также является синусоидальным:  $i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ . Если подходить строго, то приведенное выше утверждение следовало бы проверить путем решения дифференциального уравнения

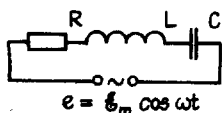


Рис. 7.

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = E_m \cos \omega t.$$

Задача заключается в том, чтобы определить амплитуду тока  $I_m$  и начальную фазу  $\varphi$ .

Ток, протекающий через  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , вызывает на соответствующих участках цепи падение напряжений  $u_R$ ,  $u_L$  и  $u_C$ .

На основании вышеизложенного

$$u_R = I_m R \cos(\omega t - \varphi) = U_R \cos(\omega t - \varphi),$$

$$u_L = I_m X_L \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}) = U_L \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}),$$

$$u_C = I_m X_C \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) = U_C \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}).$$

Начертив векторную диаграмму, как показано на рис. 8, и основываясь на II правиле Кирхгофа, можно записать  $e = u_R + u_L + u_C$  и утверждать, что вектор, описывающий суммарное напряжение

$$\vec{u}_R + \vec{u}_L + \vec{u}_C = \vec{e}.$$

Согласно рис. 8

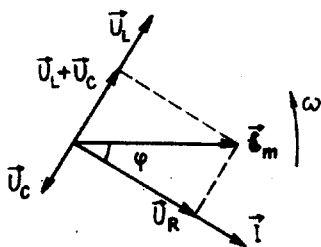


Рис. 8.

$$\mathcal{E}_m^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = I_m^2 R^2 + I_m^2 (X_L - X_C)^2,$$

откуда

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}. \quad (4)$$

Величину

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

действие которой на амплитуду тока эквивалентно омическому сопротивлению такой же величины, называют полным или кажущимся сопротивлением или импедансом. В отличие от импеданса и омического сопротивления разность индуктивного и емкостного сопротивлений  $X = X_L - X_C$  образует реактивное или мнимое сопротивление цепи, или реактанс. Названные компоненты сопротивления цепи могут быть определены из треугольника, подобного треугольнику, образованному векторами  $\vec{\mathcal{E}}$ ,  $\vec{U}_R$  и  $\vec{U}_L + \vec{U}_C$  (рис. 8). На самом деле, уменьшая длину сторон треугольника напряжений в  $I_m$  раз, получают треугольник сопротивлений, представленный на рис. 9.

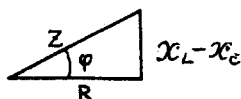


Рис. 9.

Сдвиг фазы между э.д.с. и силой тока, обусловленный кажущимся сопротивлением  $Z$ , рассчитывают согласно рис. 8 и 9 из формулы:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = -\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (5)$$

Можно утверждать, что если ток силой  $i = I_m \cos \omega t$  протекает через  $RLC$ -цепь, то напряжение на концах цепи также изменяется синусоидально:  $u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ .

Амплитуда этого напряжения

$$U_m = I_m Z. \quad (6)$$

Напряжение отличается от силы тока по фазе на  $\varphi$ . Опережает ли оно по фазе силу тока или отстает от нее, зависит от реактивного сопротивления. Если  $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ , то напряжение опережает ток, если же  $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ , то отстает от него. Сдвиг фаз определяется формулой (5).

Самостоятельно следует проанализировать простейшие параллельные цепи  $RC$ ,  $RL$ ,  $LC$  и  $RLC$ , получив формулы для вычисления их полного сопротивления и сдвига фаз между силой тока и напряжением.

Мощность переменного тока. Переменный ток  $i = I_m \cos \omega t$ , протекающий через нагрузку с сопротивлением  $Z$ , создает на концах цепи напряжение

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi).$$

Амплитуда и сдвиг фазы относительно тока могут быть вычислены согласно описанному выше методу.

Исходя из условия квазистационарности тока, можно вычислить мгновенное значение мощности:

$$\begin{aligned} p &= iu = I_m U_m \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi) = \\ &= I_m U_m \cos \varphi \cos^2 \omega t - \frac{I_m U_m}{2} \sin \varphi \sin^2 \omega t. \end{aligned}$$

Зависимости мгновенных значений мощности от времени в трех разных случаях представлены графически на рис. 10.

Заштрихованная площадь на рис. 10 пропорциональна работе переменного тока, совершенной за промежуток времени  $t$ . Видно, что работа, а также мощность могут быть как положительными, так и отрицательными. В первом случае энергия ис-

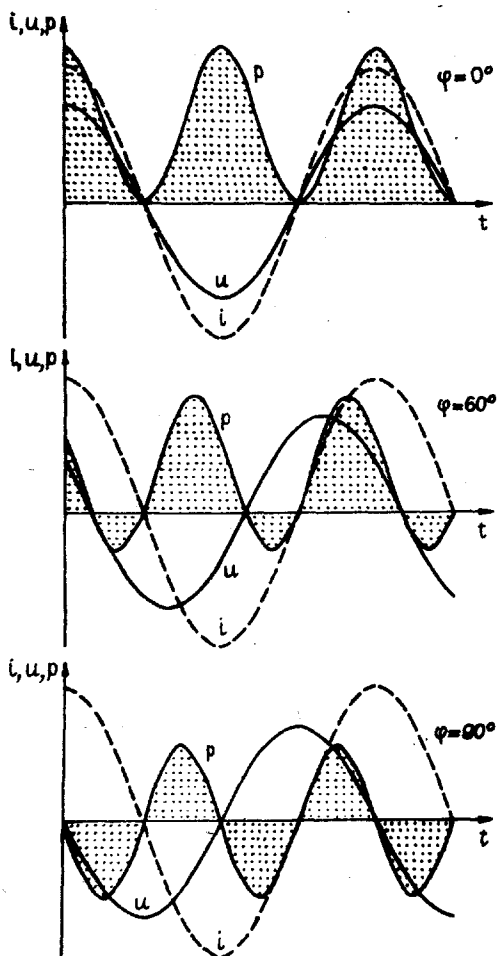


Рис. 10.

точника тока превращается в энергию магнитного или электрического поля или выделяется в виде тепла. Могут иметь место и другие процессы, требующие затраты энергии. При отрицательном знаке мощности (работы) энергия, сосредоточенная в реактивных элементах цепи (в конденсаторе, в катушке), возвращается обратно в источник тока. Таким образом, цепь может

быть как потребителем энергии, так и ее источником.

Средняя мощность переменного тока за период (так называемая ваттная или активная мощность) равна отношению работы, совершенной в течение периода, к величине периода  $T$ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i u dt = \frac{1}{T} I_m U_m \cos \varphi \int_0^T \cos^2 \omega t dt - \\ - \frac{I_m U_m}{2T} \sin \varphi \int_0^T \sin 2\omega t dt.$$

После интегрирования получим

$$P = \frac{I_m U_m}{2} \cos \varphi,$$

где множитель  $\cos \varphi$  называют коэффициентом мощности. Поскольку (согласно рис. 8)  $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ , то, учитывая закон Ома (6) можно написать

$$P = \frac{I_m^2 R}{2}.$$

Такую же мощность на сопротивлении  $R$  выделяет постоянный ток, если сила этого тока  $I$  подчиняется условию

$$I^2 R = \frac{I_m^2 R}{2}$$

Силу такого постоянного тока  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$  который, проходя через омическое сопротивление  $R$ , выделяет за период то же количество энергии на нем, что и переменный, называют эффективным значением силы переменного тока. Аналогичная связь существует между эффективным и амплитудным значениями напряжения переменного тока:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Обычно все измерительные приборы переменного тока калиброваны по эффективным значениям. Само собой разумеется, что все приведенные выше зависимости между амплитудными значениями электродвижущей силы, силы тока и напряжения справедливы и для их эффективных значений.

По эффективным значениям переменного тока активную мощность вычисляют по формуле:

$$P = IU \cos \varphi.$$

Единицей активной мощности является ватт. Произведение  $IU = P_n$  называют кажущейся мощностью переменного тока, а произведение  $IU \sin \varphi = P_e$  — реактивной мощностью. Единицей кажущейся мощности является вольтампер (ВА), реактивной мощности — вольтампер реактивный (ВАР). Для определения компонентов мощности можно нарисовать треугольник мощности, откуда

$$P_n = \sqrt{P^2 + P_e^2}.$$

#### 4. Ход работы

Прежде чем приступить к измерениям, следует основательно ознакомиться с принципом работы (дома) и инструкциями по эксплуатации всех используемых измерительных приборов. Напряжение от сети в цепь следует подавать только через разделительный трансформатор (почему?), который не изображен на последующих схемах.

I. Определение индуктивности. В качестве объекта исследования служит катушка индуктивности с несколькими выводами, которую включим в цепь согласно схеме на рис. II. Реостат  $\gamma$  должен быть введен полностью. После подачи напряжения на цепь увеличиваем силу тока с помощью реостата до тех пор, пока стрелка амперметра не отклонится в достаточное для регистрации положение. Таким же образом используем реостат во всех последующих заданиях. Одновременно с показанием амперметра зафиксируем и показание вольтметра и сделаем это при

трех разных силах тока в цепи.

Поскольку при нагревании катушки сопротивление ее изменяется, замыкаем цепь только на время регистрации показаний. Аналогичные измерения проведем для трех разных частот катушки. Зарегистрируем показание частотомера  $H_z$  и измерим с помощью моста постоянного тока омическое сопротивление частей катушки  $R_L$ . При

использовании моста постоянного тока следует обязательно выключить катушку из цепи переменного тока.

Согласно теоретическому введению выпишем формулы для вычисления  $Z$ ,  $L$  и  $\varphi$  (естественно, учитывая в них активное сопротивление катушки) и занесем результаты в таблицу I.

Рис. II

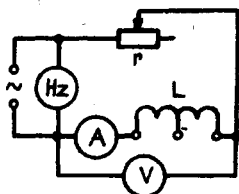


Таблица I

Номер вывода	$R_0$	Номер по порядку измерений	$\nu$	$I$	$U$	$Z$	$L$	$\lg \varphi$	$\varphi$
		1							
		2							
		3							
...	...	...	...	...	...				

Построим треугольники сопротивлений и представим результаты вместе с погрешностями измерений.

2. Определение емкости конденсатора. В качестве объекта исследования служит батарея конденсаторов, которую включаем в цепь согласно рис. I2. Силу тока через конденсаторы и соответствующие напряжения измеряем также как и в предыдущем задании по крайней мере для трех конденсаторов. (Каким должно быть сопротивление реостата  $\frac{1}{2}$  по сравнению с емкостным сопротивлением, чтобы с его помощью можно было изменить силу тока в больших пределах? Как следует при отсутствии



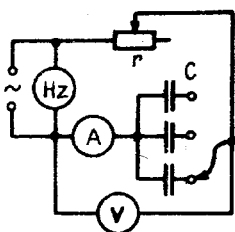


Рис. 12.

подходящего реостата изменить его подключение на схеме рис. 12, чтобы все же возможно было заметное регулирование силы тока?)

Вычислим  $Z$ ,  $C$  и  $\varphi$  и занесем в таблицу 2, составленную аналогично табл. 1. Построим треугольники сопротивлений и выпишем результат вместе с погрешностью.

**3. Проверка закона Ома для последовательной цепи.** Для опытной проверки формулы (6) соберем цепь согласно рис. 13. В качестве элементов цепи используем предварительно исследованные катушки индуктивности и конденсаторы. Показания приборов зарегистрируем при 5 различных значениях силы тока. До изменения величины силы тока реостатом  $R$ , с помощью моста постоянного тока измерим сопротивление этой части цепи. Чтобы не вывести из строя мост постоянного тока, следует схему предварительно выключить из цепи переменного тока!

Необходимо проследить, чтобы вольтметр и частотомер не повлияли на показания моста постоянного тока (как?). При изменении силы тока путем изменения  $L$  и  $C$ , можно измерить  $R$  в конце работы. Результаты занесем в таблицу 3. Нарисуем треугольник сопротивлений и выпишем окончательные результаты вместе с погрешностью измерений.

Таблица 3

Номер измерения	$\nu$	$\gamma$	$U$	$R$	$L$	$C$	$\frac{U}{\gamma}$	$\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$	$\operatorname{tg} \varphi$	$\varphi$
1										
2										
3										
4										
5										

4. Проверка закона Ома в случае параллельно включенных  $R, L, C$ . Для экспериментальной проверки формулы (6) используем цепь, собранную согласно рис. 13, но теперь между точками 1 и 2 включим один из вариантов VIII - X параллельной цепи, изображенных на рис. 15. Измерения проведем также как и в предыдущем пункте. Результаты поместим в таблицу 4, аналогичную таблице 3. Формулы для вычисления полного сопротивления  $\tilde{Z}$  и сдвига фаз выведем самостоятельно.

5. Определение мощности переменного тока и сдвига фаз.

Соберем цепь согласно схеме, приведенной на рис. 14. В качестве части  $\tilde{Z}$  цепи используем по указанию преподавателя поочередно комбинации нагрузок согласно рис. 15. При каждой комбинации измерим  $I, U, P, \varphi, \cos \varphi, R$ . Вычислим  $\cos \varphi, \varphi, R, \tilde{Z}, X, L, C$  ( $L$  и  $C$  там, где это возможно),  $P_n$  и  $P_e$ , выписав предварительно необходимые формулы. Данные и результаты приведем в таблице 5.

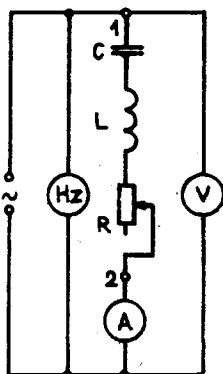


Рис. 13.

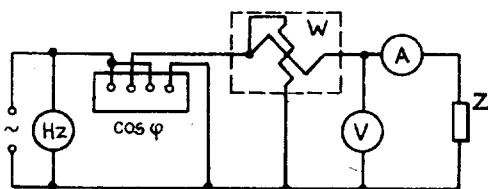


Рис. 14.

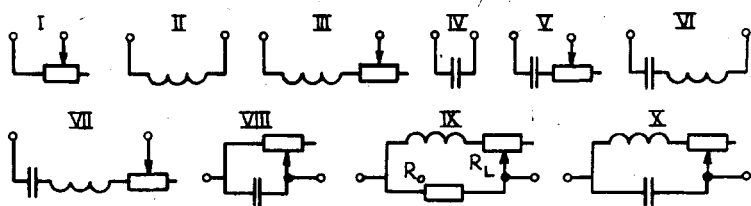


Рис. 15.

Таблица 5

Род нагрузки	Измеренные данные							Вычисленные данные									
	$I$	$U$	$P$	$\gamma$	$\cos \varphi$	$\varphi$	$R$	$\cos \varphi$	$\varphi$	$Z$	$X$	$R$	$R_h$	$P_e$	$L$	$C$	
I																	
II																	
III																	
.																	
.																	
.																	
X																	

### 5. Дополнительные вопросы и задания

1. В чем заключается метод векторных диаграмм при описании переменного тока? В чем заключается преимущество этого метода по сравнению с аналитическим методом?

2. В чем заключается символический метод описания переменного тока? Какое преимущество имеет этот метод по сравнению с аналитическим методом и методом векторных диаграмм?

3. Как найти по комплексному сопротивлению активное, реактивное и полное сопротивления?

4. Как в символическом методе описания выражается средняя мощность переменного тока?

5. Какие токи называют квазистационарными?

6. Опишите наиболее простые методы для получения синусоидального тока.

соидальной э.д.с.

7. Дает ли сопротивление цепи (т.н. омическое сопротивление), измеренное мостом постоянного тока, точное значение активного сопротивления, входящего в формулы (5) и (6) закона Ома? Объясните, в чем здесь дело?

8. Нарисуйте графики, которые отражали бы зависимость полного сопротивления цепи от частоты питания цепи в случаях чисто активной, чисто емкостной и последовательной  $RLC$ -цепей.

9. Постройте графики, которые отражали бы зависимости амплитуд сил тока, выраженных формулами (2), (3) и (4) от частоты тока питания, если все другие параметры цепи постоянны.

10. Постройте графики, которые отражали бы для последовательной  $RLC$ -цепи зависимость сдвига фаз между силой тока и напряжением, а также тангенса сдвига фаз от частоты напряжения питания. Как выглядят эти графики, если одну из величин  $R$ ,  $L$  или  $C$  можно не учитывать?

11. В чем заключается резонанс напряжений?

12. Нарисуйте векторную диаграмму в случае резонанса.

13. Нарисуйте графики по требованиям, выдвинутым в пунктах 8 и 9 для варианта нагрузки  $X$  изображенного на рис.15.

14. В чем заключается резонанс токов?

15. Почему необходимо, чтобы коэффициент мощности потребителя (завод, предприятие и т.д.) был по возможности высоким?

16. Как можно увеличить коэффициент мощности?

17. Опишите принципы работы амперметра и вольтметра магнитоэлектрической, электромагнитной и электродинамической систем.

18. Опишите принцип работы ваттметра.

19. Какой прибор называют логометром? Опишите принцип работы частотомера и фазометра?

20. Как учесть влияние сопротивления и индуктивности измерительных приборов на результаты измерений?

### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 88-92.
2. Калашиников С.Г. Электричество. М., 1977, § 217-228.
3. Электрические измерения /Под ред. Фремке А.В. М.-Л., 1963.

### 14.2. РЕЗОНАНСЫ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ

Перед тем как приступить к этой работе, следует проработать теоретические основы работ I3 и I4. I и приложение к настоящему пособию.

Резонанс напряжений. Пусть  $RLC$ -цепь питается от источника синусоидально изменяющейся э.д.с., внутреннее сопротивление которого пренебрежимо мало (рис. I). Комплексное сопротивление этой цепи (см. приложение)

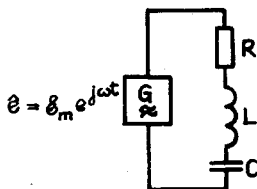


Рис. I.

$$\begin{aligned}\hat{Z} &= R + jX = \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = Z e^{j\varphi}.\end{aligned}$$

В этой формуле

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (I)$$

— аргумент комплексного сопротивления, определяющий сдвиг фаз между силой тока и э.д.с.

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (2)$$

представляет собой модуль комплексного сопротивления и  $j$  - мнимая единица.

Мгновенное значение э.д.с.

$$e = \operatorname{Re}(\hat{e}) = \hat{e}_m \cos \omega t.$$

Если интересоваться только установившимся режимом в цепи (прошло достаточное время с момента включения источника э.д.с.), можно определить комплексное значение силы тока из закона Ома

$$\hat{i} = \frac{\hat{e}}{Z} = \frac{\hat{e}_m e^{j\omega t}}{Z e^{j\varphi}} = I_m e^{j(\omega t - \varphi)}.$$

Из последнего выражения следует, что мгновенное значение силы тока

$$i = \operatorname{Re}(\hat{i}) = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

где амплитуда тока

$$I_m = \frac{\hat{e}_m}{Z}. \quad (3)$$

Как видно, результаты получены такие же как в теоретическом введении работы [4.1], но благодаря использованию символического метода значительно экономнее.

Из формулы (2) и (3) видно, что амплитуду силы тока определяют не только амплитуда электродвижущей силы и параметры цепи  $R$ ,  $L$  и  $C$ , но и частота изменения электродвижущей силы. Эта последняя зависимость представляет собой интерес для практики.

На основании формул (2) и (3) можно утверждать, что при изменении частоты электродвижущей силы с постоянной амплитудой в промежутке  $0 \dots \infty$ , амплитуда силы тока растет от нуля до определенного максимального значения (это случится, если  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ , т.е. в том случае, когда цепь оказывает только активное сопротивление току), а потом вновь уменьшается до нуля. Сдвиг фаз между силой тока и э.д.с. изменяется при этом в промежутке  $-\frac{\pi}{2} \dots +\frac{\pi}{2}$ . Достижение максимального значения силы тока и обращение в нуль сдвига фаз называют резонансом напряжений. Из сказанного выше ясно, что резонансная частота

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0,$$

т.е. резонанс напряжений возникает в том случае, когда частота изменения "вынуждающей" э.д.с. становится равной частоте собственных колебаний цепи.

Создать резонанс напряжений в цепи можно и путем изменения параметров  $L$  и  $C$ , оставив частоту изменения э.д.с. постоянной. Поэтому целесообразно представлять силу тока (или какую-либо другую величину, характеризующую ток) как функцию относительной частоты  $\gamma = \frac{\omega}{\omega_0}$ . Используя понятие относительной частоты, можно формулу (3) представить в виде

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R \sqrt{1 + Q^2 \left( \gamma - \frac{1}{\gamma} \right)^2}}, \quad (4)$$

где  $Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R}$  - добротность цепи.

В случае резонанса, когда  $\omega = \omega_0$  и  $\gamma = 1$ , из формул (1), (3) и (4) следует, что  $I_m^* = \mathcal{E}_m/R$  и  $\varphi^* = 0$ . Разделив обе части формулы (4) закона Ома на максимальное значение силы тока, получим относительную силу тока

$$T(\gamma) = \frac{I_m}{I_m^*} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \gamma - \frac{1}{\gamma} \right)^2}}. \quad (5)$$

График функции (5) – кривая с максимумом. Относительная сила тока максимальна, если  $\gamma = 1$ , причем  $T_{max} = 1$ .

Принято характеризовать остроту резонансной кривой частотным диапазоном, в пределах которого сила тока будет не меньше, чем  $I_m^*/\sqrt{2} \approx 0,71 I_m^*$ . На основании формул (4) и (5) нетрудно показать, что в случае цепи с хорошей добротностью ( $Q \gg 1$ ; практически нужно, чтобы  $Q > 10$ ) граничными частотами этого интервала будут

$$\gamma_1 = 1 - \frac{1}{2Q}$$

и

$$\gamma_2 = 1 + \frac{1}{2Q}$$

(6)

откуда

$$Q = \frac{1}{\gamma_2 - \gamma_1}$$

(7)

На основании формулы (7) можно дать следующее определение добротности цепи: добротность есть обратная величина такого промежутка частот, за пределами которого амплитуда силы тока по крайней мере в  $\sqrt{2}$  раза меньше своего максимального значения.

Комплексное напряжение на конденсаторе

$$\begin{aligned} \hat{u}_c &= \hat{i} \hat{x}_c = I_m e^{j(\omega t - \varphi)} x_c e^{-j\frac{\pi}{2}} = \\ &= U_c e^{j(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})}, \end{aligned}$$

где амплитуда напряжения

$$\begin{aligned} U_c &= \frac{\mathcal{E}_m}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \\ &= \frac{Q \mathcal{E}_m}{\gamma \sqrt{1 + Q^2 (\gamma - \frac{1}{\gamma})^2}}. \end{aligned}$$

(8)



Графики функций  $U_c = f(\omega)$  и  $U_c = f(\gamma)$  представляют собой кривые с максимумом. Для нахождения экстремума функции (8) следует взять ее производную по  $\omega$  или  $\gamma$  и приравнять ее к нулю. Нетрудно показать, что  $U_c$  достигает максимума, если

$$\omega = \omega_m = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad (9)$$

или

$$\gamma = \gamma_m = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}. \quad (10)$$

Поместив полученные результаты в формулу (8), получим максимальное значение для  $U_c$ :

$$U_{c \max} = \frac{\mathcal{E}_m}{CR \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (11)$$

или

$$U_{c \max} = \frac{Q \mathcal{E}_m}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}. \quad (12)$$

При достаточно малом затухании, когда  $Q \gg 1$ ,

$$\omega_m \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{и} \quad \gamma_m \approx 1.$$

Поэтому

$$U_{c \max} \approx U_c^* = \frac{\mathcal{E}_m}{CR} \sqrt{LC} = Q \mathcal{E}_m = U_L^* \approx U_{L \max}. \quad (13)$$

Здесь  $U_{Lmax}$  — максимальное значение амплитуды напряжения на концах катушки индуктивности,  $U_C^*$  и  $U_L^*$  — амплитуды напряжения на конденсаторе и катушке при собственной частоте  $\omega = \omega_0$ .

Поскольку напряжения на конденсаторе и катушке индуктивности всегда находятся в противофазе и их амплитуды при резонансе одинаковы, то понятно, почему полное падение напряжения в цепи становится равным падению напряжения на активном сопротивлении. Следует особо отметить, что как  $U_C^*$ , так и  $U_L^*$  могут быть во много раз ( $Q$  раз) больше действующей в цепи амплитуды электродвижущей силы  $\mathcal{E}_m$ . Исходя из формулы (13), можно дать для добротности цепи с малым затуханием следующее определение: добротность контура есть отношение максимального значения амплитуды напряжения на конденсаторе (катушке индуктивности) к амплитудному значению электродвижущей силы.

Напряжение на конденсаторе для описания резонанса также удобнее представить в виде относительного напряжения

$$K(\gamma) = \frac{U_C}{Q\mathcal{E}_m} = \frac{1}{\gamma \sqrt{1 + Q^2 \left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)^2}}. \quad (14)$$

В случае цепи с малым затуханием можно использовать функции (8) и (14) с таким же успехом для описания резонанса напряжений, как и функции (4) и (5). Легко показать, что добротность можно вычислить и по формуле (7), где  $\mu_1$  и  $\mu_2$  означают в данном случае относительные частоты, при которых напряжение на конденсаторе равно  $U_C/\sqrt{2}$ . Действительно, относительная частота, соответствующая максимуму функции (14), та же, что и для функции (8), т.е. определяется формулой (10). Поэтому

$$K_{max} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}.$$

Взяв теперь  $K(\gamma) = K_{max}/\sqrt{2}$  и учитывая, что  $Q \gg 1$ , можно на основании формулы (14) найти

$$\mu_{1,2} = 1 \mp \frac{1}{2Q}, \quad (14')$$

откуда следует выражение (7).

Таким образом, на графиках зависимостей как тока, так и напряжения на конденсаторе (или катушке индуктивности) от относительной частоты по обе стороны от максимума существуют значения частот  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , начиная с которых значения функций будут в  $\sqrt{2}$  раз меньше их максимального значения в случае резонанса. Промежуток частот  $d = \gamma_2 - \gamma_1 = \frac{1}{Q}$  называют относительной шириной полосы пропускания цепи или контура. Абсолютную ширину полосы пропускания цепи можно найти, умножив относительную ширину на резонансную частоту.

Графики функций  $T(\gamma)$  и  $K(\gamma)$  используют для определения добротности цепи следующим образом: на уровне  $1/\sqrt{2}$  проводят прямую параллельно оси  $\gamma$  находят точки пересечения прямой с графиком, абсциссы которых суть  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  и по формуле (7) вычисляют  $Q$ .

**Резонанс токов.** Пусть катушка индуктивности  $L$  и конденсатор  $C$  соединены параллельно источнику э.д.с., изменяющейся синусоидально (рис. 2). Сопротивление  $R$  на рис. 2 означает полное сопротивление индуктивной ветви.

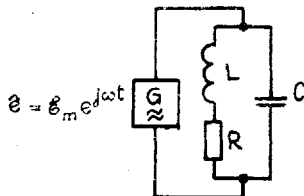


Рис. 2.

Комплексные сопротивления емкостной и индуктивной ветвей будут соответственно  $\hat{X}_C = \frac{1}{j\omega C}$  и  $\hat{Z}_L = R + j\omega L$ . Обратная величина полного сопротивления

$$\frac{1}{\hat{Z}} = \frac{1}{\hat{X}_L} + \frac{1}{\hat{Z}_L} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L},$$

откуда

$$\hat{Z} = \frac{(R + j\omega L) \frac{1}{R + j\omega L}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}.$$

Поскольку обычно сопротивление  $R \ll \omega L$ , то можно в числителе им пренебречь. Следовательно,

$$\begin{aligned}\hat{z} &= z e^{j\varphi} = \frac{\frac{L}{C}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \\ &= \frac{L}{C} \cdot \frac{R - j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = R_e + jX_e.\end{aligned}$$

Эквивалентное активное сопротивление параллельной цепи

$$R_e = \frac{L}{C} \cdot \frac{R}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}. \quad (15)$$

Эквивалентное реактивное сопротивление

$$X_e = -\frac{L}{C} \cdot \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}, \quad (16)$$

полное сопротивление

$$z = \sqrt{R_e^2 + X_e^2} = \frac{L}{C} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (17)$$

и сдвиг фазы полной силы тока относительно в.д.с.

$$\varphi = -\arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (18)$$

Комплексная сила тока, проходящего через цепь

$$\hat{i} = \frac{\hat{e}}{z} = \hat{e}_m e^{j\omega t} \cdot \frac{1}{z} e^{-j\varphi} = \hat{i}_m e^{j(\omega t - \varphi)},$$

где амплитуда силы тока

$$\hat{i}_m = \frac{\hat{e}_m}{z} \quad (19)$$

и мгновенное значение

$$i = \operatorname{Re}(\hat{i}) = I_m \cos(\omega t - \varphi).$$

Из формул (15) - (19) следует, что как сопротивления цепи, так и сдвиг фазы и сила тока зависят от частоты источника питания, причем график зависимости полного сопротивления имеет в общем случае максимум, а сила тока - минимум. Условием экстремума обеих названных функций будет  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  т.е.

$$\omega_2 = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Описанное состояние в параллельной цепи называют резонансом токов. В случае резонанса токов сдвиг фаз между силой полного тока и электродвижущей силой  $\varphi = 0$ ; полное сопротивление цепи

$$Z^* = \frac{L}{CR^2} = \rho Q,$$

где  $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$  - волновое сопротивление цепи;  
амплитуда силы тока

$$I_m^* = \frac{\mathcal{E}_m}{\rho Q}.$$

Силу тока в параллельных ветвях можно найти по закону Ома. Комплексное значение тока в емкостной ветви

$$\hat{i}_c = \frac{\hat{e}}{X_c} = I_m e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})},$$

где

$$I_{mc} = g_m \omega C.$$

В индуктивной ветви сила тока

$$\hat{i}_L = \frac{\hat{e}}{\hat{z}_L} = I_{mL} e^{j(\omega t - \varphi_L)},$$

где

$$I_{mL} = \frac{g_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

и

$$\varphi_L = \arctg \frac{\omega L}{R}.$$

В случае резонанса, амплитуды токов в ветвях будут

$$I_{mc}^* = g_m \omega_0 C = Q I_m^*$$

и

$$I_{mL}^* = \frac{g_m}{\sqrt{R^2 + \omega_0^2 L^2}} \approx \frac{g_m}{\omega_0 L} = Q I_m^*,$$

а сдвиг фазы  $\varphi_L \approx \frac{\pi}{2}$ .

Таким образом, токи в ветвях изменяются в противофазе и в случае резонанса амплитуды токов в  $Q$  раз больше амплитуды полного тока.

Если в рассматриваемой схеме предположить, что  $R$  не мало по сравнению с  $\omega L$ , то условие максимума сопротивления выразится так:

$$\omega_m = \omega_0 \sqrt{-\frac{1}{Q^2} + \sqrt{1 + \frac{2}{Q^2}}},$$

а условие отсутствия сдвига фаз между электродвижущей силой и полным током

$$\omega_m' = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}},$$

т.е. они немного отличаются. Если  $Q \gg 1$ , то из обеих формул вытекает рассмотренное выше условие резонанса  $\omega_e \approx \omega_0$ .

Поскольку резонанс токов в параллельной  $RLC$ -цепи также как резонанс напряжений в последовательной цепи можно получить не только изменением частоты, но и изменением параметров  $L$  и  $C$ , то целесообразно представить силу тока и сопротивление в виде функций от относительной частоты  $\mu = \frac{\omega}{\omega_0}$ . Через относительную частоту полное сопротивление  $Z$  параллельной цепи (17) выразится формулой

$$Z = \frac{Q^2 R}{\sqrt{1 + Q^2 (\mu - \frac{1}{\mu})^2}}. \quad (20)$$

Относительное полное сопротивление цепи

$$M(\mu) = \frac{Z}{Z^*} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 (\mu - \frac{1}{\mu})^2}}. \quad (21)$$

Как видно из сравнения формулы (21) с формулой (5), относительное сопротивление параллельной цепи как функция от относительной частоты совпадает с функцией  $T(\mu)$  относительного тока последовательной цепи. Это позволяет определять величины, характеризующие параллельную цепь, по графику функции  $M(\mu)$  также, как по графику функции  $T(\mu)$  определяют величины, характеризующие последовательную цепь. Ясно, что добротность параллельной цепи может быть определена из формулы (7), где  $\mu_1$  и  $\mu_2$  в этом случае такие относительные частоты, при которых полное сопротивление параллельной цепи в  $\sqrt{2}$  раз меньше его максимального значения при резонансе.

## 14.2.1. РЕЗОНАНС ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ЧАСТОТЕ СЕТИ

### I. Задание

Исследовать резонанс напряжений и токов при частоте 50 Гц или 400 Гц.

### 2. Принадлежности

Батарея конденсаторов, катушка индуктивности, два реостата, два вольтметра, три амперметра, ваттметр, частотомер, разделительный трансформатор, автотрансформатор, ключ, провода.

### 3. Ход работы

Изучение резонансов токов и напряжений при частоте сети заключается в том, что собирается последовательная или параллельная  $RLC$ -цепь, которую питают от сети переменного тока и определяют зависимость силы тока, напряжения и мощности от относительной частоты. Поскольку частота сети остается постоянной, то относительную частоту можно изменять только путем изменения индуктивности или емкости цепи. Мы будем изменять емкость.

I. Резонанс напряжений. Для изучения резонанса собирается цепь по схеме на рис.3. Элементами цепи помимо измерительных приборов являются реостат  $R'$ , катушка индуктивности  $L$  и калиброванная батарея конденсаторов  $C_x$ . Разделительный трансформатор  $VT$  и автотрансформатор  $AT$  используют при частоте 50 Гц. При частоте 400 Гц заменяют оба трансформатора реостатами, включенными как потенциометры.

Сопротивление реостата  $R'$  пусть будет сначала равно нулю. Подадим на цепь напряжение в несколько десятков вольт и, выбирая из батареи конденсаторов различные емкости, постараемся установить резонанс. Получив резонанс, отрегулируем с помощью автотрансформатора (или потенциометра) такое напряжение питания, чтобы стрелки амперметра  $A$  и вольтметра  $V_2$



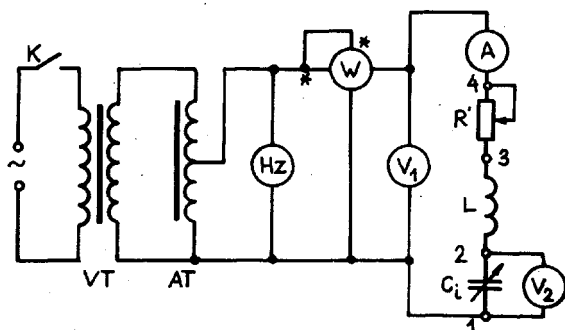


Рис. 3.

отклонялись примерно на полную шкалу. При последующих измерениях сохраним подобранное таким образом напряжение  $U_1$  постоянным. Затем будем изменять емкость в интервале, указанном преподавателем, зарегистрируем при каждом значении емкости показания измерительных приборов. В условиях резонанса напряжений измерим также напряжения и между точками 2-3, 3-4, 1-3 цепи.

Повторим аналогичные измерения при том же напряжении питания  $U_1$ , но при разных сопротивлениях реостата  $R'$  (число серий измерений и значения  $R'$  задает преподаватель).

На основании результатов измерений вычислим относительные частоты, полные сопротивления, а также сдвиги фаз между током и напряжением (учитывайте знаки!). Все результаты измерений поместим в соответственно составленную таблицу и построим графики функций  $I(\gamma)$ ,  $U_2(\gamma)$ ,  $Z(\gamma)$  и  $\varphi(\gamma)$ , а также векторные диаграммы напряжений, соответствующие резонансу. Оценим величину добротности контура.

2. Резонанс токов. Для изучения резонанса соберем цепь по схеме на рис. 4.

Разделительный трансформатор или потенциометр на рис. 4 не показаны. Необходимость их использования определяет преподаватель.

Сопротивление реостата  $R'$  пусть будет максимальным. Выбирая из батарей  $C_i$  конденсаторов различные емкости, заре-

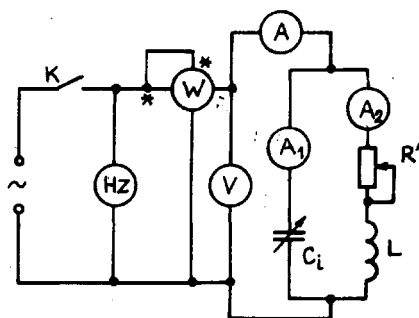


Рис. 4.

гистрируем при каждом значении емкости показания измерительных приборов. Повторим измерения при различных сопротивлениях реостата  $R'$  (значения сопротивлений определяет преподаватель).

На основании результатов измерений вычислим относительные частоты, полное сопротивление параллельной цепи, а также сдвиг фаз между напряжением питания и полным током (с учетом знака). Все результаты измерений и вычислений поместим в таблицу. Построим графики функций  $\gamma(\mu)$ ,  $\gamma_1(\mu)$ ,  $\gamma_2(\mu)$ ,  $\xi(\mu)$  и  $\varphi(\mu)$ , а также векторные диаграммы токов, соответствующих резонансу. Оценим добротность исследуемой цепи для соответствующих значений  $R'$ .

3. Примечание. Вопросы и литературу см. в § 5 и 6 работы И4.2.2.

#### И4.2.2. РЕЗОНАНС ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ НА ЗВУКОВОЙ ЧАСТОТЕ

##### 1. Задание

Изучить резонанс токов и напряжений на звуковой частоте. Определить величины, характеризующие цепь.

## 2. Принадлежности

Батарея конденсаторов, катушка индуктивности, набор резисторов, два ламповых вольтметра, измеритель частоты, осциллоскоп, генератор звуковых сигналов, провода.

## 3. Экспериментальная установка

Необходимые элементы цепи – катушка  $L$ , конденсаторы  $C_1$ , резисторы  $R_1$  и дополнительный резистор  $R_2$  укреплены на соответствующих стендах и снабжены клеммами, которые позволяют составлять различные варианты цепей и подключать необходимые измерительные приборы соответственно конкретному рабочему заданию.\*

В качестве источника синусоидальной э.д.с. используется генератор звуковой частоты, для измерения напряжения – ламповые вольтметры, для определения сдвига фаз между силой тока и напряжением – осциллоскоп.

## 4. Ход работы

I. Резонансные кривые и добротность последовательной RLC-цепи. Соберем цепь согласно схеме на рис. 5. Используем низкоомный выход звукового генератора. Прежде чем приступить к измерениям, основательно ознакомимся с инструкциями и паспортами генератора, частотомера и вольтметра.

Пусть сопротивление  $R_1$  равно нулю. Выбрав на выходе генератора напряжение  $U_1$  примерно 1 В, варьированием частоты сигнала с генератора установим резонанс напряжений в заданном преподавателем варианте цепи. Затем изменим напряжение на выходе генератора так, чтобы стрелка вольтметра  $V_2$  отклонилась на полную шкалу. Предел измерений вольтметра надо выбрать так, чтобы напряжение на выходе гене-

---

\* В случае необходимости можно в качестве элементов цепи использовать магазины сопротивлений и индуктивностей и батарею конденсаторов.

ратора не превышало первоначального значения около 1 В. Подобранным таким образом напряжением  $U_1$  сохраним неизменным в продолжение всех измерений и его значение занесем в протокол.

Резонансную кривую желательно начать с регистрации резонансного максимума напряжения  $U_C$ . Отыскав резонансную частоту, зафиксируем по возможности точно напряжение на конденсаторе. Затем осторожно уменьшим частоту сигнала с генератора и зарегистрируем показания частотомера при напряжениях на конденсаторе, составляющих 90%, 80%, 70%...10% от его максимального значения. Аналогичные измерения производим при частотах, больших резонансной.

Включим в цепь серию резисторов  $R_i$  (число серий измерений и величину сопротивлений рекомендует преподаватель) и повторим описанные выше измерения.

Вычислим относительные частоты, соответствующие измеренным частотам, и относительные напряжения. Все результаты измерений и вычислений поместим в соответствующую таблицу. Построим графики зависимости абсолютного и относительного напряжений от относительной частоты в виде двух семейств. На основании графиков определим значения абсолютной и относительной полосы пропускания и вычислим добротности.

2. Индуктивность  $L$ , емкость  $C$  и сопротивление  $R_L$  последовательной цепи. Поскольку активное сопротивление последовательной  $RLC$ -цепи  $R = R_L + R_i$ , где  $R_L$  — активное сопротивление катушки, а добротность выражается формулой

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}},$$

то

$$R_i = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{Q} - R_L.$$

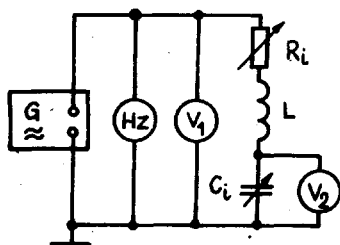


Рис. 5

Отсюда видно, что зависимость  $R_i$  от  $\frac{1}{Q}$  линейна. Следовательно, если определить экспериментально резонансную частоту и добротность контура при разных сопротивлениях  $R_i$  и построить график зависимости  $R_i = f(\frac{1}{Q})$ , то по наклону прямой можно вычислить индуктивность и емкость контура (нужные формулы выведите сами!). Точка пересечения прямой с осью ординат определит активное сопротивление катушки индуктивности.

Для измерений используем схему на рис. 5. Элементы  $L$  и  $C$  следует выбрать по рекомендации преподавателя. Напряжение  $U_1$  на выходе генератора должно составлять примерно 1 В, и в течение всего опыта оставаться неизменным.

Резонансную частоту и максимальное значение напряжения  $U_{смах}$  на конденсаторе определим по крайней мере для пяти различных значений  $R_i$ . По максимальному напряжению конденсатора и выходному напряжению генератора вычислим добротности контура (каким образом?) и их обратные значения.

Все результаты измерений и вычислений поместим в таблицу. Построим график зависимости  $R_i(\frac{1}{Q})$ , по которому определим  $C$ ,  $L$  и  $R_L$ .

3. Фазовые соотношения между силой тока и напряжением в последовательной  $RLC$ -цепи. Соберем цепь согласно рис. 6. Элементы цепи  $L$  и  $C$  рекомендуются преподавателем. Как видно, схема, изображенная на рис. 6, позволяет с помощью осциллооскопа изучить фазовые соотношения между силой тока и напряжением, поскольку напряжение, подаваемое на X-вход, равно полному напряжению, прикладываемому к цепи, а напряжение на Y-входе — пропорционально силе тока и изменяется с ней синфазно. Выбрав подходящие значения сопротивления  $R_i$  и усиления X- и Y-входов, получим на экране осциллооскопа эллипс за счет сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты. Форма эллипса и его ориентация зависят от фазовых соотношений между током и напряжением. Решив задачу о сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний /1/, убедимся, что

$$\varphi = \arctg \frac{x}{x_0}. \quad (22)$$

Смысл обозначений  $x$  и  $x_0$  ясен из рис. 7.

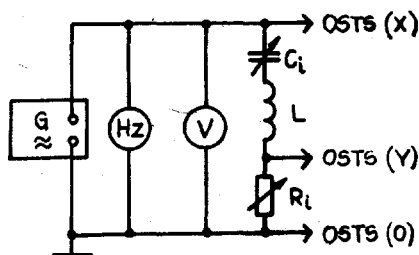


Рис. 6.

Изменяя частоту генератора по одну и другую сторону от резонансной частоты (выходное напряжение пусть будет примерно 1 В), будем наблюдать за изменением форм и ориентацией эллипса. Характерные виды эллипсов сфотографируем или нанесем мягким карандашом на кальку при трех частотах:  $\nu < \nu_z$ ,

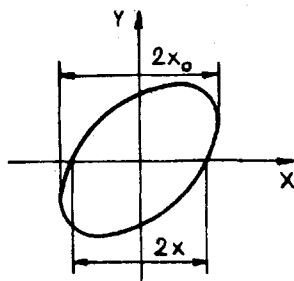


Рис. 7.

$\nu = \nu_z$  и  $\nu > \nu_z$ .

Далее зарегистрируем по точкам величину  $\chi$ , сохраняя  $\chi_0$  постоянным (как?). Измерения произведем по крайней мере при 10 частотах, которые распределяются более или менее равномерно по диапазону частот, в котором удобно наблюдать резонанс напряжений. Результаты вместе с вычисленными значениями поместим в таблицу. При вычислении сдвига фаз следует помнить, что при переходе через резонансную частоту должен измениться знак  $\varphi$ . На основании вычисленных данных построим графики функций  $\varphi(\nu)$  или  $\varphi(f)$ , приведя и значения параметров цепи  $L$ ,  $C$ ,  $R_L$  и  $R_i$ .

4. Резонансные кривые, добротность и фазовые соотношения для параллельной  $RLC$ -цепи. Соберем цепь по схеме на рис. 8. Резонанс в параллельной цепи выражается непосредственно в зависимости полного сопротивления от частоты напряжения питания, что и исследуется в данном пункте работы. Удобнее

всего измерение полного сопротивления цепи свести к измерению напряжения  $U_2$ . Для этого следует последовательно с цепью подключить большое дополнительное сопротивление  $R_e (R_e \gg Z)$ .

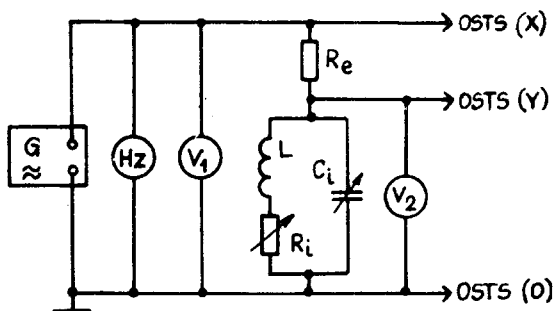


Рис. 8.

практически  $R_e \geq 20Z^*$ . Поскольку в случае большого дополнительного сопротивления сила тока в цепи будет определяться только им и мало зависеть от изменяющегося сопротивления параллельной цепи, то можно считать амплитуду полного тока постоянной и напряжение цепи вычислять по формуле

$$U_2 = I_m Z = \frac{I_m Q^2 R}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)^2}}, \quad (23)$$

где  $R$  — суммарное активное сопротивление индуктивной ветви цепи. Следовательно, формула относительного напряжения рассматриваемой цепи

$$N(\gamma) = \frac{U_2}{U_2^*} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)^2}} = M(\gamma) \quad (24)$$

совпадает с формулой относительного сопротивления этой же цепи (21). В формуле (24)  $U_2^* = I_m Q^2 R$ .

Для выполнения опыта выберем значения  $L$  и  $C_i$ , рекомендованные преподавателем, сопротивление  $R_i$  закорачиваем. Для измерения напряжения  $U_1$  используем ламповый вольтметр  $V_1$ . Напряжение  $U_2$  можно измерить ламповым вольтметром  $V_2$  или осциллоскопом. X-вход осциллоскопа при этом следует выключить. Выходное напряжение генератора установим равным нескольким десяткам вольт и определим резонансную частоту. До регистрации резонансной частоты выберем подходящий диапазон измерений вольтметра  $V_2$  (или усиление Y-входа осциллоскопа) иотрегулируем такое напряжение на выходе генератора, чтобы стрелка прибора при резонансной частоте отклонялась на полную шкалу или развертка луча на экране осциллоскопа составляла примерно 2/3 диаметра экрана. Выбранное таким образом напряжение сохраним постоянным при всех измерениях.

Зависимость напряжения параллельной цепи от частоты напряжения питания определим так, как описано в первом пункте данной работы при закороченном  $R_i$  и еще при двух значениях  $R_i$ , рекомендованных преподавателем.

Вычислим относительные частоты и относительные сопротивления. Все результаты измерений и вычислений поместим в таблицу. Построим графики зависимости напряжения цепи и относительного сопротивления  $M(\gamma)$  от относительной частоты, найдем по ним абсолютные и относительные ширины полосы пропускания и добротность. Если известно активное сопротивление  $R$  индуктивной ветви, вычислим  $Z^* = Q^2 R$  и проверим, выполнялось ли при измерениях условие  $R_c \geq 20 Z^*$ .

Сдвиг фаз между полным током и напряжением параллельной цепи определим так же как в случае последовательной цепи (см. п. 3). Единственное отличие состоит в том, что в данном случае напряжение на X-входе осциллоскопа (см. рис. 8) пропорционально силе тока, а на Y-входе равно напряжению в параллельной цепи. Это следует учитывать при определении сдвига фаз. Сдвиг фаз определим по крайней мере при 10 различных частотах, близких к резонансной, взяв  $R_i$  по рекомендации преподавателя. Характерные эллипсы сфотографируем с экрана осциллоскопа или нанесем на кальку. Результаты поместим в таблицу и представим график зависимости  $\varphi(\gamma)$ .



## 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Составьте дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и найдите его решение.

2. Представьте графики, качественно отображающие зависимость сопротивления последовательной  $RL$ -цепи от частоты синусоидального напряжения питания.

3. Представьте графики, качественно отображающие зависимость сопротивления  $RC$ -цепи от частоты синусоидального напряжения питания.

4. Представьте графики, качественно отображающие зависимость сопротивления последовательной  $RLC$ -цепи от частоты напряжения питания.

5. Представьте графики, качественно отображающие зависимость амплитуды силы тока последовательной  $RLC$ -цепи от частоты синусоидального напряжения питания.

6. Представьте графики, качественно отображающие зависимость сдвига фаз между силой тока и синусоидальным напряжением питания последовательной  $RLC$ -цепи от частоты.

7. Что называют резонансом напряжений?

8. Представьте графики, качественно отображающие зависимость амплитуды напряжений на конденсаторе и катушке индуктивности от частоты напряжения питания в последовательной  $RLC$ -цепи.

9. Выведите формулу (9), а также формулу для вычисления частоты, соответствующей максимуму амплитуды напряжения на катушке индуктивности.

10. Если произведение  $LC = \text{const}$ , влияет ли выбор различных значений  $L$  и  $C$  на форму графиков  $I_m(\omega)$ ,  $U_L(\omega)$  и  $U_C(\omega)$ ?

11. Выведите формулу (4) и (6).

12. Что называют добротностью контура (цепи)? Как связана добротность с логарифмическим декрементом затухания? Как добротность характеризует колебания с энергетической точки зрения?

13. Что называют добротностью катушки индуктивности конденсатора?

14. Как ширина полосы пропускания цепи зависит от волнового сопротивления и добротности?

15. Выведите формулу (14').

16. Выведите формулу (20).

17. Выведите формулу (22).

18. Представьте графики, качественно отображающие зависимость полного сопротивления изображенной на рис. 2 параллельной цепи от частоты синусоидального напряжения питания.

19. Представьте графики, качественно отображающие зависимость амплитуды полного тока цепи, изображенной на рис. 2, от частоты синусоидального напряжения питания.

20. Представьте графики, качественно отображающие зависимость сдвига фаз между полным током и синусоидальным напряжением питания от частоты для цепи, изображенной на рис. 2.

21. Что называют резонансом токов? Объясните это название.

22. В каком численном соотношении находятся при резонансе силы тока в параллельных ветвях  $RLC$ -цепи с большой добротностью с силой полного тока?

23. Как изменяется характер (индуктивный, емкостный, активный) полного сопротивления последовательной  $RLC$ -цепи при изменении частоты синусоидального напряжения питания в диапазоне  $0 \dots \infty$ ? Ответьте на этот же вопрос в случае параллельной цепи.

24. Опишите возможные случаи применения резонансов напряжений и токов.

#### Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. I, § 57.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 88-92.

## 15. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

### 15.1. ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ РУПОРНОЙ АНТЕННЫ

#### 1. Задание

Ознакомиться с методами возбуждения сантиметровых электромагнитных волн и их основными свойствами. Определить длину волны, поляризацию, диаграмму направленности рупора; исследовать поперечность волн и зависимость интенсивности излучения от расстояния до рупора.

#### 2. Принадлежности

Укрепленные на штативе рупор с клистронным генератором, зонд, микроамперметр, линейка, провода.

#### 3. Теоретическое введение

Электрический заряд, движущийся с ускорением, излучает электромагнитные волны. Если движущимся зарядом является отрицательный точечный заряд  $-q$ , гармонически колеблющийся вокруг положительного заряда  $+q$ , то электрическое и магнитное поля на большом расстоянии от этого колеблющегося диполя или гармонического осциллятора в вакууме в момент времени  $t$  определяются формулой

$$\sqrt{\epsilon_0} E(t) = \sqrt{\mu_0} H(t) = \frac{1}{4\pi\sqrt{\epsilon_0}} \cdot \frac{\omega^2 p_0}{c^2 r} \sin\varphi \cos(\omega t - kr), \quad (1)$$

где  $\omega$  — круговая частота колебаний диполя,  $p_0$  — амплитуда электрического момента диполя,  $\varphi$  — угол между плечом диполя и вектором  $\vec{r}$ , определяющим положение точки наблюдения ( $r \gg \lambda$ ),  $\lambda$  — длина волны),  $c$  — скорость света,  $k = \frac{\omega}{c}$  — волновое число (см. рис. 1).

Функция (I) описывает электромагнитную волну, распространяющуюся от центра диполя. Амплитуды электрического и магнитного компонентов волны будут:

$$E_m = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\omega^2 P_0}{c^2} \cdot \frac{\sin\varphi}{r}$$

и

$$H_m = \frac{1}{4\pi\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \cdot \frac{\omega^2 P_0}{c^2} \cdot \frac{\sin\varphi}{r}.$$

Из этих выражений видно, что как  $E_m$ , так и  $H_m$  зависят от угла  $\varphi$ . Максимальным будет излучение в экваториальной плоскости, где  $\varphi = \pi/2$ . Если  $\varphi = 0$ , то  $E_m = H_m = 0$ : колеблющийся диполь не испускает волн в направлении своей оси.

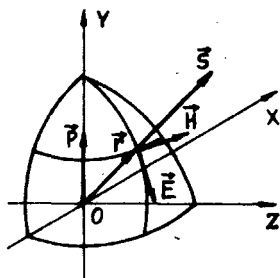


Рис. I.

При постоянном угле  $\varphi$  электрический и магнитный компоненты поля изменяются обратно пропорционально первой степени расстояния. Это существенное отличие электромагнитной волны элементарного осциллятора от плоской волны, в которой  $E_m$  и  $H_m$  от расстояния не зависят.

Плотность усредненного по времени потока энергии или интенсивность излучения  $\mathcal{I}$  определяется вектором Пойнтинга  $\vec{S}$ :

$$\mathcal{I} = \langle |\vec{S}| \rangle = \langle |[\vec{E}, \vec{H}]| \rangle = \frac{1}{32\pi^2\epsilon_0} \cdot \frac{4P_0^2}{c^3} \cdot \frac{\sin^2\varphi}{r^2}. \quad (2)$$

Графически зависимость  $J$  от угла  $\psi = \frac{\pi}{2} - \varphi$  показывает рис. 2. Это так называемая диаграмма направленности излучения диполя.

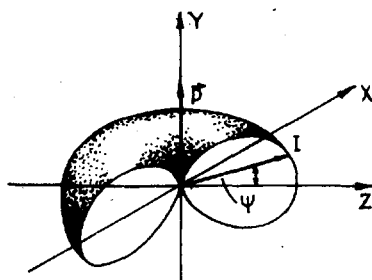


Рис. 2.

Энергия, излучаемая диполем в единицу времени во всех направлениях, или мощность излучателя будет

$$J_{\text{ка}} = \frac{\omega^4 P_0^2}{12\pi \epsilon_0 c^3}.$$

#### 4. Экспериментальная установка

В данной работе источником электромагнитных колебаний служит клистронный генератор  $KG$ , который с помощью волновода подключен к рупору  $R$  (рис. 3), такая система образует антенну.

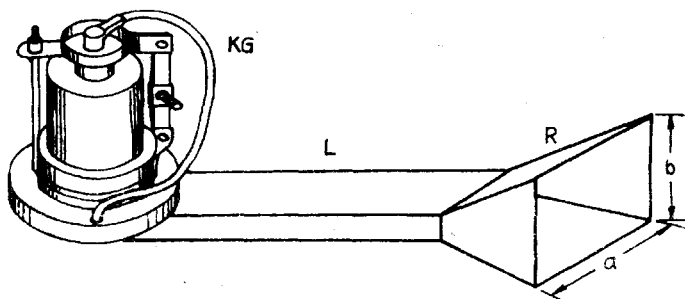


Рис. 3.

Рупорная антенна с помощью червячного привода прикреплена к вертикальному штативу. С помощью этого привода можно поворачивать антенну вокруг вертикальной и горизонтальной осей на  $360^\circ$ . В направлении горизонтальной и вертикальной осей рупор можно перемещать, освободив предварительно зажимной винт на штативе.

Клистронный генератор. Клистрон — это электронная лампа, работающая в ультравысокочастотном режиме, используемая обычно для генерирования сантиметровых волн. Electroдами клистрона являются термокатод  $K$ , отражатель  $P$  и находящаяся между ними тороидальная оболочка  $Q$  с зазором, которую называют резонатором.

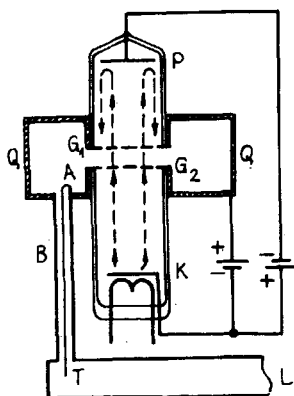


Рис. 4.

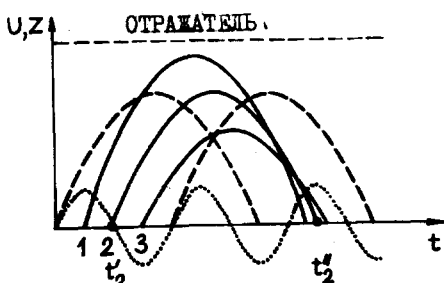


Рис. 5.

К краям зазора прикреплены сетки  $G_1$  и  $G_2$ . На резонатор подается положительный относительно катода потенциал, на отражатель — отрицательный (рис. 4). Флуктуации напряжения между катодом и резонатором возбуждают в резонаторе свободные электромагнитные колебания, частота которых определяется формой и размерами резонатора. Эти колебания не затухают, а усиливаются в клистроне следующим образом. Электроны, вылетевшие из катода, пройдя ускоряющее электрическое поле между

катодом и сеткой  $G_1$ , попадают в пространство между сетками резонатора. Здесь они оказываются в ультравысокочастотном поле. Поскольку направление этого поля периодически изменяется, то в зависимости от времени попадания электроны ускоряются или замедляются. Модулированные таким образом по скорости электроны попадают в пространство между сеткой  $G_2$  и отражателем, где они вначале замедляются, а потом движутся назад в резонатор под действием существующего в этом пространстве поля. При таком движении электронов происходит их пространственная группировка: электроны, ускоренные в высокочастотном поле резонатора, догоняют замедленные электроны. Сказанное иллюстрирует рис. 5, где пунктирная линия изображает высокочастотное напряжение между сетками резонатора, а сплошные и штриховые линии — развернутые во времени траектории электронов в пространстве между сеткой  $G_2$  и отражателем.  $\nearrow$  означает направление от катода к отражателю.

Электрон 2 выходит из резонатора в момент  $t_2'$ , когда напряжение равно нулю. Двигаясь в тормозящем поле отражателя все с меньшей скоростью, до  $v_2 = 0$ , электрон начинает двигаться обратно и снова попадает в резонатор в момент  $t_2''$ . Электрон 1 выходит из резонатора немного раньше и с большей скоростью за счет положительного потенциала сетки  $G_1$ . Поэтому его траектория длиннее, также как и промежуток времени для ее прохождения. Скорость электрона 3 при вылете из резонатора меньше скорости двух предыдущих, поскольку в момент вылета потенциал сетки  $G_2$  отрицателен. Следовательно, траектория движения и время движения этого электрона в тормозящем поле отражателя короче, чем для электронов 1 и 2.

Отраженные электроны образуют в межэлектродном пространстве резонатора особо плотные сгустки пространственного заряда в том случае, если электроны, вылетающие из резонатора в разные промежутки времени, возвращаются туда одновременно. Если напряжение между отражателем и резонатором выбрано так, что очередная группа электронов пролетает резонатор в направлении отражающего катода в тот момент, когда высокочастотное поле их замедляет, то потери энергии электромагнитных колебаний в резонаторе восполняются за счет кинетической энергии электронов. Таким образом, механизм обратной связи,

который поддерживает колебания в клистронном генераторе, заключается в следующем: электроны, пролетающие резонатор в одном направлении, модулируются по скоростям с частотой собственных колебаний резонатора, в то время как сгруппированные в пространстве электроны, пролетая резонатор пульсирующим пучком, поддерживают в нем незатухающие колебания (более подробно см. /5/). Эти колебания передаются посредством петли связи А, находящейся в резонаторе, к проводу В. Другой конец провода В в виде острого наконечника введен в волновод Т и возбуждает в нем электромагнитные колебания. Оттуда волны распространяются в рупор, который излучает их в окружающее пространство.

Диаграмму направленности рупора можно рассчитать, рассматривая ограниченную краями рупора выходную плоскость как заполненную элементарными излучателями, направленными по осям  $X$  и  $Y$ . При этом предполагается, что края выходной плоскости соответственно параллельны осям  $X$  и  $Y$ , а ось  $Z$  совпадает с осью рупора.

Если число осцилляторов увеличивать, то в предельном случае колебания происходят как в прямоугольной мембране, рассматриваемой в механике. Во всех точках плоскости, ограничиваемой краями рупора, амплитуда и фаза электромагнитной волны одинакова. Амплитуда  $A$  волны в точке  $P$  на большом расстоянии от рупора определяется выражением

$$A = \frac{B}{r} \cdot \frac{\sin\left(\frac{ka}{r} \cos\alpha\right)}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kb}{r} \cos\beta\right)}{\cos\beta}, \quad (3)$$

где  $a$  и  $b$  — длины большего и меньшего краев отверстия рупора, причем  $a$  и  $b$  параллельны осям  $X$  и  $Y$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  — направляющие углы точки  $P$  соответственно в плоскостях  $XZ$  и  $YZ$ ;  $k$  — волновое число;  $B$  — величина, пропорциональная амплитуде волны в плоскости выходного отверстия рупора.

Первый множитель в формуле (3) определяет зависимость амплитуды от расстояния  $r$ , остальные два — зависимость от углов  $\alpha$  и  $\beta$ , т.е. диаграмму направленности. Если измерять диаграмму только в одной плоскости, например в  $XZ$ , то  $\beta = \text{const}$  и формулу (3) можно переписать в виде



$$A = \frac{C}{z} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\kappa a}{z} \cos \alpha\right)}{\cos \alpha} \quad (4)$$

где  $C = B f(\beta) = \text{const.}$

Интенсивность  $\mathcal{I}$  волны в точке  $P$  пропорциональна квадрату амплитуды

$$\mathcal{I} \sim A^2 = \frac{C^2}{z^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\kappa a}{z} \cos \alpha\right)}{\cos^2 \alpha}. \quad (5)$$

С точки зрения проведения измерений целесообразно угол  $\alpha$  заменить углом  $\vartheta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  и формулу (5) представить в виде:

$$\mathcal{I} \sim \frac{C^2 \left(\frac{\kappa a}{z}\right)^2}{z^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\kappa a}{z} \sin \vartheta\right)}{\left(\frac{\kappa a}{z} \sin \vartheta\right)^2}. \quad (6)$$

Формула (6) справедлива, только, если  $\frac{\sqrt{\lambda z}}{a} \gg 1$ ; величины  $a$  и  $\lambda$  определены излучателем, расстояние  $z$  нужно выбрать, исходя из этого соотношения.

Для характеристики остроты диаграммы направленности служит угол  $2\vartheta_1$ , который определяется выражением

$$\sin \vartheta_1 = \frac{\lambda}{a}. \quad (7)$$

Из формулы (6) видно, что  $2\vartheta_1$  — это угол между направлениями, в пределах которого интенсивность излучения отличается от нуля. Часто для характеристики угловой ширины диаграммы направленности используют угол  $\gamma = 2\vartheta_2$ , в пределах которого интенсивность излучения убывает в 2 раза по сравнению с максимальным ее значением в направлении оси рупора.

Зонд. Основной частью зонда является цилиндрический полупроводниковый диод  $\mathcal{D}$  (рис. 6), который укреплен на одном

конце стержня из пенопласта. Другой конец стержня через червячный привод  $T$  соединен с вертикальным штативом  $V$ , опирающимся на платформу  $P$ . Платформу можно перемещать в горизонтальном направлении с помощью микрометрического винта  $M$ , снабженного ручкой  $K$ . Местоположение платформы, а следовательно, и положение зонда, определяют по шкале  $N$ .

От диода плетеные (почему?) провода подключаются к микроамперметру. Электрическая схема зонда приведена на рис. 7.

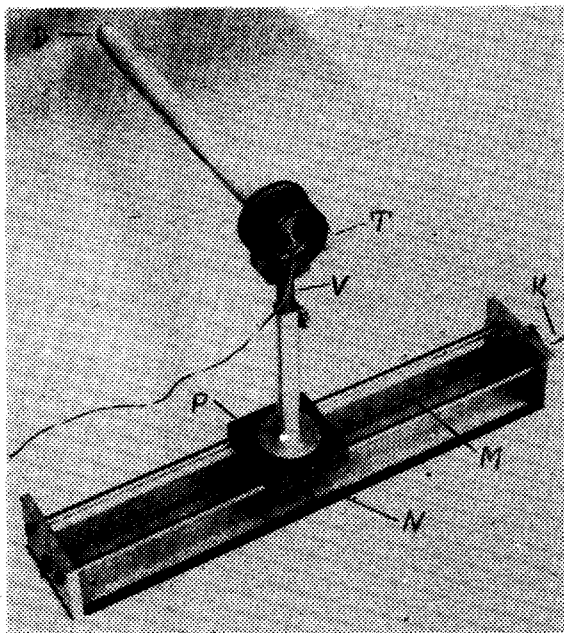


Рис. 7

Здесь  $\mathcal{E}$  — электродвижущая сила, прямо пропорциональная электрическому компоненту поля в направлении оси диода в месте расположения диода,  $R_i$  — внутреннее сопротивление диода,  $R_a$  — внутреннее сопротивление микроамперметра,  $C$  — емкость прибора. Легко заметить, что эта схема соответствует

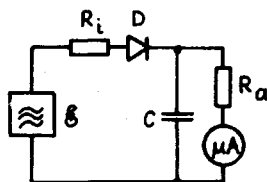


Рис. 7.

полупериодному выпрямителю. Поскольку сила тока в диоде при слабых токах пропорциональна квадрату приложенного к диоду напряжения, а напряжение в свою очередь пропорционально амплитуде  $E_m$  электрического компонента электромагнитного поля, то сила выпрямленного тока пропорциональна  $E_m^2$ , т.е. интенсивности электромагнитной волны.

## 5. Ход работы

1. Определение длины волны излучения. Определение длины волны сводится к измерению расстояния между пучностями или узлами стоячей волны. Стоячую волну можно получить, отражая электромагнитную бегущую волну от металлической пластинки, расположенной перпендикулярно направлению распространения волны. Для этого на расстоянии примерно 50 см от рупора перпендикулярно его оси поместим большую металлическую пластину с гладкой поверхностью. Длинная сторона  $a$  отверстия рупора пусть будет горизонтальна. Между рупором и пластиной поместим зонд. Стержень из пенопласта пусть будет перпендикулярен оси рупора, а центр диода расположим на оси рупора. С помощью червячного привода повернем диод вокруг горизонтальной оси в такое положение, при котором показание микроамперметра максимально. Перемещая зонд с помощью микрометрического винта по оси рупора, определим интенсивность излучения  $\mathcal{I} = \mathcal{I}(z)$ . Пусть начало координаты  $z$  будет на пластине. Зонд будем перемещать так, чтобы величина  $z$  изменялась в интервале 3...100 мм. Показания микроамперметра регистрируем через каждый миллиметр.

Построим графики, отражающие зависимость интенсив-

ности излучения и амплитуды электромагнитной волны от координаты  $z$ . По графикам определим длину волны так, чтобы погрешность была минимальной. На основании измерений выясним, как изменяется фаза электрического компонента волны при отражении от металлического зеркала.

2. Поперечность электромагнитных волн. Для того, чтобы убедиться, как направлен электрический вектор волны, т.е. вектор электрической напряженности относительно вектора направления распространения волны, выполним следующий опыт. Удалим металлическую пластину, используемую в предыдущем опыте, поместим центр диода на ось рупора и установим диод на расстоянии 40...50 см от рупора. Стержень зонда поместим перпендикулярно оси рупора. Ось диода пусть будет горизонтальна. Поворачивая диод с помощью червячного привода вокруг горизонтальной оси по крайней мере на  $180^\circ$ , зарегистрируем показания микроамперметра через каждые  $4^\circ$ . Зависимость интенсивности  $I$  от угла  $\alpha$  поворота диода изобразим графически. Какой вывод можно сделать на основании результатов этого опыта? Как объяснить возможное отклонение от ожидаемого (какого?) результата?

3. Поляризованность волны, излучаемой рупорной антенной. Для определения поляризованности электромагнитной волны пусть будут рупор и диод расположены так, как и в предыдущем опыте, т.е. центр диода располагается на оси рупора. Ось диода установим вертикально. С помощью червячного привода поворачиваем рупор вокруг горизонтальной оси в пределах  $360^\circ$ , регистрируя показания микроамперметра через каждые  $8^\circ$ . Зависимость интенсивности  $I$  от угла  $\beta$  изобразим графически, продумав, как сделать это более наглядно. Вычислим зависимость интенсивности линейно поляризованной волны от угла поворота  $\beta$  оси диода относительно направления с максимальной интенсивностью  $I_0$  излучения по закону Малюса  $I = I_0 \cos^2 \beta$ . Полученную зависимость изобразим графически на той же координатной плоскости.

4. Определение диаграммы направленности. Установим рупор так, чтобы более длинная сторона отверстия рупора была горизонтальной и центр диода располагался на оси рупора. Диод удалим на расстояние 50 см (удовлетворяется ли при этом ус-

ловие пункта 4.2?) и ось диода направим вертикально. Поворачивая рупор в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, зарегистрируем зависимость интенсивности от угла поворота рупора  $\vartheta$  относительно его первоначального положения в пределах  $90^\circ$ . Показания микроамперметра зарегистрируем через каждые  $2^\circ$ .

Повернем рупор вокруг горизонтальной оси на  $90^\circ$  так, чтобы более короткие стороны  $b$  были горизонтальны. В горизонтальное положение установим и диод, но его ось пусть будет перпендикулярна оси рупора. Повторим измерения, аналогичные предыдущим.

Результаты измерений  $J = J(\vartheta)$  представим графически в полярных координатах. По диаграммам направленности определим углы  $\theta_c$  и  $\theta_m$  и сравним их с вычисленными по формуле (6).

5. Зависимость интенсивности излучения от расстояния. Согласно формуле (3) амплитуда волны, излучаемой рупорной антенной, изменяется обратно пропорционально первой степени расстояния:

$$A = \frac{F}{r}, \quad (8)$$

где функция  $F$  от расстояния не зависит. Поэтому

$$Ar = \text{const.} \quad (8')$$

Для исследования последней зависимости расположим длинную сторону "а" отверстия рупора горизонтально, а диод вертикально перед рупором на расстоянии  $z_0 = 50$  см от оси штатива, закрепляющего рупор так, чтобы центр диода лежал на оси рупора (для этой точки направление радиуса-вектора  $\vec{r}$  совпадает с направлением оси). Стержень зонда пусть будет перпендикулярен оси рупора. Первоначальное показание микроамперметра обозначим через  $i_0$ . Удаляя диод с помощью микрометрического винта от рупора по его оси, регистрируем показания микроамперметра через каждый миллиметр. Измерения проведем в пределах 60...70 мм. Результаты зависимости  $\frac{A}{A_0} =$

$= f\left(\frac{z_0}{z}\right)$  изобразим графически в осях  $\frac{A}{A_0} - \frac{z_0}{z}$ , где  $A_0$  - амплитуда волны на расстоянии  $z_0$ ,  $A$  - амплитуда на расстоянии  $z$ . Не забывайте о том, что показание микроамперметра пропорционально квадрату амплитуды! На эту же плоскость нанесем результаты, полученные на основании расчетов по формуле (8').

**Примечание.** Для устранения помех необходимо удалить с пути распространения излучения тела, отражающие электромагнитные волны, и расположить рупор "оптимально" относительно стен. Все результаты измерений и вычислений поместим в соответствующие таблицы.

## 6. Дополнительные вопросы и задания

1. Запишите систему уравнений Максвелла и объясните физический смысл каждого уравнения.

2. Выведите уравнение плоской волны на основании уравнений Максвелла.

3. Напишите волновую функцию для плоской электромагнитной волны и поясните значение входящих в нее физических величин.

4. Выведите формулу связи между электрическим и магнитным компонентами электромагнитной волны.

5. От чего зависит фазовая скорость электромагнитной волны?

6. Выпишите уравнение стоячей электромагнитной волны и объясните значение входящих в него величин. Как возникает стоячая волна?

7. Выведите формулу (1).

8. Как вычислить пространственную плотность энергии электромагнитного поля?

9. В чем заключается физический смысл вектора Пойнтинга?

10. Выведите формулу  $\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$ .

11. Выведите формулу (2) и выражение для  $\gamma_{\text{на}}$ .

12. От чего зависит ширина диаграммы направленности рупорной антенны?

13. Как изменится диаграмма направленности рупорной антенны, если удалить: а) рупор от волновода? б) волновод от острия (см. рис. 4)?

## Литература

1. Калашников С.Г. Электричество. М., 1977, § 229-246.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. М., 1982, т. 2, § 71.
3. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. М., 1978, с. 46.
4. Горелик Г.С. Колебания и волны. М., 1959, с. 299.
5. Стрелков А.П. Физический практикум по электромагнитным волнам.—М.: Изд-во МГУ, 1974.
6. Андрушко Л.М., Федоров Н.Д. Электронные и квантовые приборы СВЧ. М., 1981, с. 37.

## 15.2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ДЛИННОЙ ЛИНИИ

### 1. Задание

Ознакомиться с электромагнитными волнами в длинной линии. Определить распределение напряжения и силы тока в разомкнутой и короткозамкнутой линиях, а также в линии с нагрузкой, равной волновому сопротивлению. Определить длину волны.

### 2. Принадлежности

Длинная линия, генератор дециметровых волн, зонды напряжения и тока.

### 3. Теоретическое введение

Электрические цепи, в которых сопротивления, индуктивности и емкости сосредоточены на коротких участках, называются цепями с сосредоточенными параметрами. Цепи, в которых эти параметры распределены по всей длине, называются цепями с распределенными параметрами. В неразветвленной цепи с сосредоточенными параметрами мгновенное значение силы тока в любом поперечном сечении цепи одинаково, в любой момент времени. В цепи с распределенными параметрами это не так.

Цепями с распределенными параметрами являются линии передач электромагнитной энергии. Линия называется длинной, если ее длина больше или сравнима с длиной волны электромагнитного излучения, распространяющегося по линии. Особую роль играют длинные линии в высокочастотной технике в качестве колебательных контуров, измерительных линий, антенн и т.д.

Любую длинную линию можно характеризовать сопротивлением проводников  $r_0$ , индуктивностью  $L_0$ , активной проводимостью  $g_0$  диэлектрика между проводами, междупроводной емкостью  $C_0$ , приходящихся на единицу длины линии. Если эти параметры распределены равномерно по всей длине линии, то линию называют однородной.

Линия будет свободной от потерь, если сопротивление проводников и проводимость диэлектрика пренебрежимо малы, т.е., когда  $r_0 \ll \omega L_0$  и  $g_0 \ll \omega C_0$ . В данной работе изучается линия, состоящая из двух прямолинейных, параллельных проводов одинакового диаметра, причем предполагается, что линия свободна от потерь и расстояние между проводами значительно больше их диаметра. Рассмотрим бесконечно малый отрезок  $dx$  такой линии (см. рис. I). Индуктивность такого отрезка будет  $L_0 dx$  и емкость  $C_0 dx$ . Падение напряжения на рассматриваемом отрезке равно произведению индуктивности этого отрезка на скорость изменения силы тока.

$$\frac{\partial u}{\partial x} dx = -L_0 dx \frac{\partial I}{\partial t} \quad (I)$$

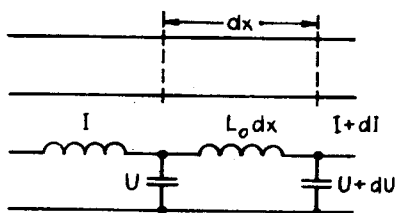


Рис. I.



Уменьшение силы тока на отрезке  $dx$  равно току, который ответвляется через емкость  $C_0 dx$ :

$$\frac{\partial i}{\partial x} dx = -C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (2)$$

Сокращая (1) и (2) на  $dx$ , получаем

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C_0 \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (4)$$

Дифференциальные уравнения (3) и (4) называются телеграфными уравнениями. Из этих уравнений легко получить следующие уравнения:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}. \quad (6)$$

Эти уравнения - волновые уравнения соответственно для напряжения и силы тока. Решением уравнения (5) в общем случае служит выражение

$$u = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (7)$$

где  $v = 1/\sqrt{L_0 C_0}$ . Первый член в этой сумме описывает волну, распространяющуюся в положительном направлении оси  $x$ , дру-

гой член - в отрицательном направлении.

В случае выполнения сделанного предположения емкость единичного отрезка линии, состоящей из двух проводов, будет равна

$$C_0 = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon}{\ln \frac{D}{2}}, \quad (8)$$

а индуктивность

$$L_0 = \frac{\mu_0 \mu}{\pi} \ln \frac{D}{2}. \quad (9)$$

Здесь  $D$  - расстояние между проводами,  $r$  - их радиус,  $\epsilon$  и  $\mu$  - относительная электрическая и магнитная проницаемости среды, окружающей провода,  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  - электрическая и магнитная постоянные.

Следовательно,  $v = 1/\sqrt{L_0 C_0} = c/\sqrt{\epsilon \mu}$ , где  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  - скорость распространения электромагнитных волн в вакууме.

Таким образом, скорость распространения волны в линии зависит от свойств окружающего диэлектрика. Эти волны отличаются от плоской волны, распространяющейся в свободном пространстве, только тем, что амплитуды векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  являются функциями координат плоскости  $yz$ , перпендикулярной линии, и отличаются от нуля только вблизи от проводов. Провода, образующие линию, являются направляющими, по которым "скользит" волна.

Пусть к одному концу линии подключен высокочастотный генератор, электродвижущая сила которого

$$\hat{\mathcal{E}}(0, t) = \mathcal{E}_m e^{i\omega t}.$$

Он возбуждает в линии электромагнитную волну, описываемую функциями  $\hat{u}$  и  $\hat{j}$ , которые являются решениями уравнений 5 и 6.

$$\hat{u}(x,t) = A_1 e^{j(\omega t - \beta x)} + A_2 e^{j(\omega t + \beta x)} \quad (10)$$

$$\hat{i}(x,t) = B_1 e^{j(\omega t - \beta x)} + B_2 e^{j(\omega t + \beta x)} \quad (11)$$

Первые члены этих уравнений описывают волну, распространяющуюся от генератора к другому концу линии, т.е. падающую волну, вторые члены — отраженную от конца линии волну. Величину  $\beta = \omega/v = \omega \sqrt{L_0 C_0}$  называют фазовой постоянной. Она определяет фазовый угол напряжения или силы тока в падающей или отраженной волне в рассматриваемом участке линии относительно начала линии ( $x = 0$ ) в определенный момент времени. Постоянные  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  и  $B_2$  зависят от параметров генератора и нагрузки в конце линии.

На основании выражения (3) можно записать:

$$B_1 = \frac{A_1}{\rho_0} \quad \text{и} \quad B_2 = -\frac{A_2}{\rho_0} \quad , \text{ где}$$

$\rho_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$  — волновое сопротивление линии. Теперь функцию (II) можно записать в виде

$$\hat{i}(x,t) = \frac{1}{\rho_0} [A_1 e^{j(\omega t - \beta x)} - A_2 e^{j(\omega t + \beta x)}] \quad (12)$$

Если линия бесконечно длинная, то в ней существует только падающая волна. Теперь отношение амплитуд волн напряжения и силы тока в любой точке линии — постоянная величина и равна волновому сопротивлению линии. Таким образом, волновое сопротивление линии — это такое сопротивление, которое оказывает линия бегущей волне напряжения.

Часто удобно рассматривать произвольный отрезок линии не относительно начала линии, а относительно ее конца (см. рис. 2). Исходя из этого можно функции (10) и (12) представить в виде:

$$\hat{u}(x', t) = A_3 e^{j(\omega t + \beta x')} + A_4 e^{j(\omega t - \beta x')} \quad (13)$$

$$\hat{j}(x', t) = \frac{1}{\rho_0} [A_3 e^{j(\omega t + \beta x')} - A_4 e^{j(\omega t - \beta x')}] \quad (14)$$

где  $x' = l - x$ ,  $A_3$  и  $A_4$  — постоянные, зависящие от граничных условий.

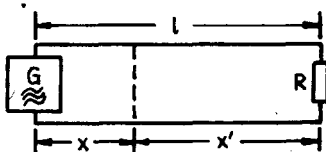


Рис. 2.

Обозначим сопротивления генератора и нагрузки в конце линии соответственно через  $R_g$  и  $R$ . Тогда граничные условия будут:

если  $x' = 0$ , то

$$\hat{u} = \hat{j} R \quad (15)$$

если  $x' = l$ , то

$$\hat{u} = \hat{z}_m e^{j\omega t} - \hat{j} R_i. \quad (16)$$

На основании граничного условия (15) связь между амплитудами падающей и отраженной волн будет

$$\frac{A_3 + A_4}{A_3 - A_4} = \frac{R}{\rho_0}. \quad (17)$$

После простых преобразований функции можно написать в виде

$$\hat{u}(x', t) = (A_3 + A_4) e^{j(\omega t + \beta x')} - 2A_4 e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} \cdot \sin \beta x' \quad (18)$$

и

$$\hat{j}(x', t) = \frac{1}{\rho_0} (A_3 - A_4) e^{j(\omega t + \beta x')} + \frac{2A_4}{\rho_0} e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} \cdot \sin \beta x' \quad (19)$$

Из этих выражений видно, что в общем случае в линии, наряду с бегущей волной (первые члены в формулах (18) и (19), существует и стоячая волна (вторые члены этих выражений). Стоячая волна возникает за счет суперпозиции волны, распространяющейся от генератора в направлении к нагрузке (падающей) и отраженной от нагрузки и распространяющейся в направлении к генератору, от него вновь отраженной волны и т.д. Соотношение между амплитудами бегущей и стоячей волн зависит от отношения сопротивления нагрузки к волновому сопротивлению линии. Это отношение  $R/\rho_0$  при  $R < \rho_0$  или отношение  $\rho_0/R$  при  $R > \rho_0$  называют постоянной бегущей волны и обозначают буквой  $K$ .

Рассмотрим некоторые частные случаи нагрузки линии.

1. Короткозамкнутая линия, т.е.  $R = 0$ .

Учитывая граничное условие (15), можно теперь на основании (18) написать

$$A_3 = -A_4 = A.$$

Поэтому

$$\begin{cases} \hat{u}(x', t) = 2A \sin \beta x' \cdot e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})}, \\ \hat{j}(x', t) = \frac{2A}{\rho_0} \cos \beta x' e^{j\omega t}. \end{cases} \quad (20)$$

Эти выражения показывают, что в линии существуют только стоячие волны напряжения и силы тока с узлами напряжения и пучностями тока в конце линии и на расстояниях  $x' = n \frac{\lambda}{2}$  от конца. Здесь  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Из граничного условия (16) следует, что амплитуда напряжения в пучности стоячей волны

$$2A = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{\cos^2 \beta \ell \cdot \frac{R_i^2}{\rho_0^2} + \sin^2 \beta \ell}}. \quad (21)$$

Если внутреннее сопротивление источника тока  $R_i = 0$ , то

$$2A = \frac{\mathcal{E}_m}{\sin \frac{\omega \ell}{v}}. \quad (21a)$$

Из последней формулы следует, что амплитуда напряжения возрастает в идеальной линии до бесконечно большого значения, если  $\omega \ell / v = n\pi$ , где  $n$  — целое число. Такое явление называют резонансом. В случае резонанса  $\ell = n \frac{\lambda}{2}$ , т.е. на линии укладывается целое число полуволн. В реальной линии напряжение не возрастает до бесконечно большого значения и при резонансе, но при неизменных прочих условиях достигает максимального значения. То же самое можно сказать о значениях силы тока в пучностях.

Если внутреннее сопротивление источника тока равно волновому сопротивлению линии (о такой линии говорят, что она согласована с генератором), то амплитуда напряжения

$$2A = \mathcal{E}_m \quad (21b)$$

независима от длины линии.

Входное сопротивление короткозамкнутой линии

$$\hat{z}_s = \frac{\hat{u}(\ell)}{\hat{j}(\ell)} = j\rho_0 \operatorname{tg} \frac{\omega \ell}{v} \quad (22)$$

чисто реактивное и может изменяться от  $-\infty$  до  $+\infty$  в зависимости от длины линии. Если  $0 < \ell < \frac{\lambda}{4}$ , то  $\hat{z}_s$  имеет индуктивный характер, если  $\frac{\lambda}{4} < \ell < \frac{\lambda}{2}$ , то — емкостный характер и т.д.

В случае  $\ell = n \frac{\lambda}{2}$ , где  $n$  — целое число, входное сопротивление линии равно нулю, что соответствует резонансу напряжений. При  $\ell = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$  входное сопротивление линии равно бесконечности, что соответствует резонансу токов.

## 2. Разомкнутая линия, т.е. $R = \infty$ .

Согласно граничному условию (I5) сила тока в конце линии равна нулю, из чего на основании (I9) следует  $A_3 = A_4 = A$ . Поэтому

$$\begin{cases} \hat{u}(x', t) = 2A \cos \beta x' e^{j\omega t} \\ \hat{j}(x', t) = \frac{2A}{\rho_0} \sin \beta x' e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} \end{cases} \quad (23)$$

Отсюда видно, что опять в линии существует только стоячая волна, но на этот раз с пучностью напряжения и узлом силы тока в конце линии и на расстояниях равных целому числу полуволн от него.

Согласно граничному условию (I6) амплитуда напряжения в пучности стоячей волны будет

$$2A = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{\cos^2 \beta \ell + \frac{R_c^2}{\rho_0^2} \sin^2 \beta \ell}} \quad (24)$$

Если внутреннее сопротивление источника тока  $R_c = 0$ , то

$$2A = \frac{\mathcal{E}_m}{\cos \frac{\omega \ell}{v}}, \quad (24a)$$

т.е. напряжение в пучности стоячей волны максимально, если  $\cos \omega \ell / v = 0$  или  $\ell = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$ . Таким образом, в случае резонанса на линии укладывается нечетное число четвертей длины волны.

Если  $R_i = \rho_0$ , то

$$2A = \mathcal{E}_m, \quad (246)$$

как и в случае короткозамкнутой линии.

Входное сопротивление разомкнутой линии

$$\hat{Z}_s = \frac{\hat{u}(\ell)}{\hat{j}(\ell)} = -j \rho_0 \operatorname{ctg} \frac{\omega \ell}{v} \quad (25)$$

опять чисто реактивное и может изменяться в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$  в зависимости от длины линии. Если  $0 < \ell < \frac{\lambda}{4}$ , то  $\hat{Z}_s$  — емкостное. Если  $\frac{\lambda}{4} < \ell < \frac{\lambda}{2}$ , то  $\hat{Z}_s$  — индуктивное. При  $\ell = (2n+1) \frac{\lambda}{4}$  входное сопротивление разомкнутой линии равно нулю, что соответствует резонансу напряжений. При  $\ell = n \frac{\lambda}{2}$  входное сопротивление бесконечно велико, что соответствует резонансу токов.

### 3. Сопротивление нагрузки линии $R_i = \rho_0$ .

На основании формулы (I7) имеем  $A_y = 0$ , из чего следует, что отраженная волна отсутствует, а следовательно, и стоячая волна отсутствует. Функции (I8) и (I9) заменяются соответственно на

$$\begin{aligned} \hat{u}(x', t) &= A e^{j(\omega t + \beta x')} \\ \hat{j}(x', t) &= \frac{A}{\rho_0} e^{j(\omega t + \beta x')} \end{aligned} \quad (26)$$

На основании граничного условия (I6)

$$A = \frac{\mathcal{E}_m}{\frac{R_i}{\rho_0} + 1}. \quad (27)$$



$$\text{Если } R_i = 0, \text{ то } A = \varepsilon_m. \quad (27a)$$

$$\text{Если } R_i = \rho_0, \text{ то } A = \frac{\varepsilon_m}{2}. \quad (27б)$$

Входное сопротивление  $Z_i = \rho_0$ . Таким образом линия, нагруженная активным сопротивлением, равным по значению волновому сопротивлению, эквивалентна бесконечно длинной линии.

Можно показать, что если  $R > \rho_0$ , то амплитуды тока и напряжения распределяются по линии как и в случае разомкнутой линии, но явление резонанса слабее выражено. Если  $R < \rho_0$ , то распределение амплитуд тока и напряжения аналогично случаю короткозамкнутой линии, только опять же резонанс слабее выражен. Так же можно показать, что при чисто реактивном сопротивлении в линии возникает только стоячая волна, а при комплексной нагрузке — волны обоих типов.

#### 4. Ход работы

Описание прибора. Схема опыта приведена на рис. 2. В качестве согласованного с линией источника напряжения служит генератор  $G$  дециметровых волн, от которого питают примерно полутораметровую линию, изготовленную из латунных стержней. К другому концу линии можно подключать различные нагрузки, а также можно линию закорачивать или оставлять разомкнутой.

Для исследования электромагнитного поля в линии используют два зонда. Один из них служит для определения электрического компонента (зонд напряжения) электромагнитного поля, другой — для определения магнитного компонента (зонд тока). Зонд напряжения представляет собой отрезок вспомогательной линии размером в четверть длины волны, в одном конце которого расположен высокочастотный диод, а другой конец закорочен для токов высокой частоты конденсатором  $C$  (см. рис. 3 а).

Микроамперметр постоянного тока подключен к линии через развязывающие резисторы  $R$ . Диод  $D$  располагается в плоскости линии и его ось перпендикулярна стержням, образующим линию. Диод, а вместе с ним и вспомогательная линия связаны с

основной посредством емкостной связи. Поскольку емкостная связь выбрана слабой, а входное сопротивление участка линии длиной в четверть волны бесконечно велико, то зонд напряжения потребляет пренебрежимо малую часть энергии основной линии и не оказывает на основную линию существенного влияния. К тому же настроенный зонд очень чувствителен (резонанс!) и эффективно гасит гармоники основной частоты. Поскольку на диод подаются относительно слабые напряжения, то сила тока, протекающего через диод, пропорциональна квадрату напряжения. Поэтому показание микроамперметра следует считать прямопропорциональным квадрату амплитуды напряжения, а не первой степени ее.

Основной составной частью зонда тока является измерительный контур, который имеет с линией трансформаторную связь. Плоскость контура совпадает с плоскостью линии (см. рис. 3б). Контур соединен с микроамперметром посредством от-

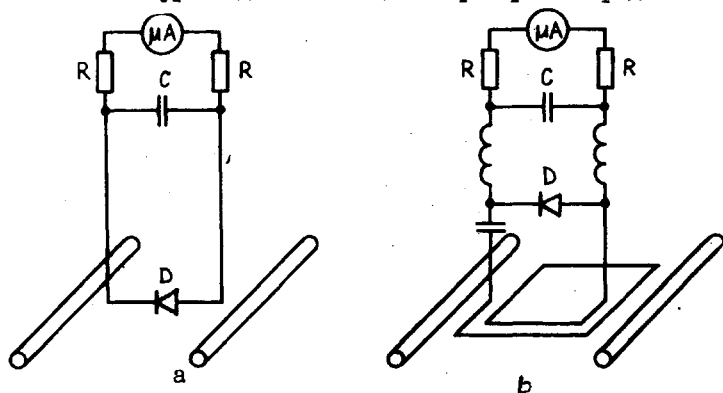


Рис. 3

резка линии длиной  $\frac{1}{2}\lambda$ . Точный выбор этого отрезка путем перемещения закорачивающего конденсатора  $C$  и размещение выпрямляющего диода  $D$  в пучности напряжения обеспечивают максимальную чувствительность зонда для используемой частоты. И в этом случае отсчет по микроамперметру пропорционален квадрату силы тока в линии, а не ее первой степени.

Следует иметь в виду, что точность измерений существенно зависит от симметричности зонда относительно основной линии.

Поэтому нужно следить за тем, чтобы при перемещении зондов вдоль линии диод зонда напряжения и контур зонда тока оставались в одном и том же правильном положении относительно линии. Также следует удалить от линии все посторонние предметы.

**Измерения.** 1. После ознакомления с измерительными приборами и получения разрешения преподавателя приступим к работе. Вначале прогреем генератор в течение нескольких минут. На исследуемой линии оставим только зонд напряжений. Во время работы следует быть крайне осторожным, недопустимы механические повреждения и деформация зондов тока и напряжения.

Сперва определим распределение напряжения в разомкнутой линии. Измерения начнем с конца линии и проведем их на протяжении 4-5 полуволн. На каждой длине полуволны должно быть примерно 10 экспериментальных точек. Особенно тщательно измерим напряжение в пучностях и узлах. Повторим такие же измерения с зондом тока.

Далее аналогичным образом сделаем измерения на короткозамкнутой линии.

2. Перед исследованием распределения тока и напряжения в нагруженной линии измерим вначале параметры, необходимые для вычисления волнового сопротивления, вычислим волновое сопротивление, получим у преподавателя резистор, сопротивление которого равно примерно вычисленному, нагрузим им линию и проведем измерения, аналогичные описанным выше.

3. Все результаты измерений занесем в соответствующую таблицу. В ней должно быть место и для теоретически вычисленных значений квадратов амплитуды силы тока и напряжения. Все результаты измерений представим в виде графиков так, чтобы для каждого из режимов работы линии распределения силы тока и напряжения были приведены на одном и том же листе. Там же поместим результаты теоретического расчета распределения. На основании кривых распределения определим длину волны электромагнитного излучения. Сделать это нужно так, чтобы погрешность измерения была минимальной.

## 5. Дополнительные вопросы и задания

1. Приведите примеры длинной линии. "Удлиняется" или "укорачивается" длинная линия, если ее опустить в дистиллированную воду?

2. Чем обусловлены потери энергии в реальной линии?

3. Почему при расчете токов в длинных линиях можно пользоваться правилами Кирхгофа?

4. Почему в сети с распределенными параметрами при последовательном включении сила тока в различных поперечных сечениях неодинакова?

5. Объясните, почему функции типа функции (7) описывают волновой процесс?

6. Выведите формулы (8) и (9).

7. Как вычислять волновое сопротивление линии, состоящей из двух параллельных прямых проводов?

8. Как вычислить волновое сопротивление коаксиального кабеля?

9. В чем заключается символический метод описания переменного тока?

10. Исходя из выражений (13) и (14) выведите формулы (18) и (19).

11. Представьте формулы (18) и (19) для мгновенных значений силы тока и напряжения.

12. Выведите формулы (21), (24) и (27).

13. Представьте формулы (20), (23) и (24) для мгновенных значений силы тока и напряжения в предположении, что  $R_i = \rho_o$ .

14. Постройте графики напряжения и силы тока в бегущей волне в различные моменты времени.

15. Постройте график напряжения стоячей волны в различные моменты времени.

16. Постройте графики силы тока и напряжения для падающей и отраженной волн в случае разомкнутой линии.

17. Постройте графики силы тока и напряжения для падающей и отраженной волн в случае короткозамкнутой линии.

18. Постройте графики силы тока и напряжения в падающей и отраженной волнах для линии с нагрузкой, равной волновому сопротивлению линии.

19. Постройте график зависимости входного сопротивления от длины линии в короткозамкнутой линии.

20. Объясните, почему входное сопротивление короткозамкнутой линии длиной  $\lambda/5$  носит индуктивный характер, а длиной  $\lambda/3$  - емкостный характер?

21. Нарисуйте график зависимости входного сопротивления разомкнутой линии от длины линии.

22. Объясните, почему входное сопротивление разомкнутой линии длиной  $\lambda/6$  носит емкостный характер, а линии длиной  $\lambda/3$  - индуктивный характер?

23. Поясните принцип работы зондов напряжения и тока, применяемых в данной работе.

24. Нарисуйте приблизительную картину силовых линий электрического и магнитного полей в плоскости, перпендикулярной линии.

25. Чем объясняется возможное наличие стоячей волны в линии с нагрузкой, сопротивление которой "равно волновому сопротивлению" (см. пункт 4.2)?

## 6. Литература

1. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники. М.-Л., 1959, т. II, с. 310.
2. Мансуров Н.Н., Попов В.С. Теоретическая электротехника. - М.: Энергия, 1968, с. 555.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М., 1977, с. 616.
4. Белоцерковский Г.Б. Основы радиотехники и антенны. - М.: Советское радио, 1979, ч. I, с. 233.

Математическое описание гармонических колебаний

1. Рассмотрим точку  $M$  (рис. 1), которая с угловой скоростью  $\omega$  равномерно движется по окружности с радиусом  $A$ . Местоположение точки на окружности определяется углом  $\varphi = \omega t + \varphi_0$ , где  $\varphi_0$  - значение угла в момент времени  $t = 0$ . При движении точки  $M$  ее проекция  $N$  на ось  $X$  перемещается взад и вперед по диаметру  $BC$ . Это движение представляет собой гармонические колебания с периодом  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . Местоположение точки  $N$  в момент времени  $t$  будет описываться выражением

$$a = A \cos \varphi = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (I)$$

где  $A$  - амплитуда колебаний,  $(\omega t + \varphi_0)$  - фаза колебаний,  $\varphi_0$  - начальная фаза.

Таким образом можно математически описать гармонические колебания любой физической величины. Конечно, можно вместо абсциссы точки  $M$  рассматривать ее ординату

$$b = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \cos \left[ \omega t + \left( \varphi_0 - \frac{\pi}{2} \right) \right],$$

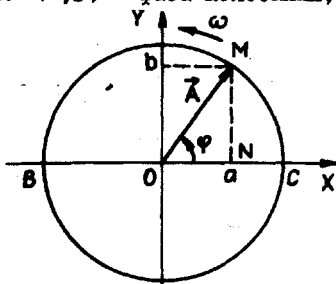


Рис. 1.

что соответствует изменению начальной фазы на  $\frac{\pi}{2}$ . Это можно сделать всегда путем подбора подходящего начального момента времени.

2. Вместо движения точки  $M$  можно рассматривать равномерное вращение вектора  $\vec{A} = \vec{OM}$  вокруг точки  $O$  начала координат. Гармонически колеблющуюся величину представляет собой проекция  $a$  этого вектора на ось абсцисс (или проекция  $b$  на ось ординат). При этом бывает удобно заменить математические операции, совершаемые над функцией  $a$ , операциями над

вектором  $\vec{A}$ . Например, если надо найти сумму функций

$$a_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$$

и

$$a_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02}),$$

то можно, во-первых, суммировать векторы  $\vec{A}_1$  и  $\vec{A}_2$ , проекциями которых будут  $a_1$  и  $a_2$ , а затем найти проекцию вектора  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  на ось абсцисс. Результатом этих операций будет выражение  $a = a_1 + a_2$ . Описанный метод представления гармонических колебаний называют методом векторной диаграммы и он находит широкое применение в электротехнике.

3. Еще более удобно в операциях с гармоническими функциями использовать символический метод. Символическое представление гармонических колебаний получают в том случае, если векторная диаграмма переносится на комплексную плоскость, т.е. используется хорошо известная в математике эквивалентность комплексных чисел и векторов. При этом длина вектора, соответствующего рассматриваемой физической величине, равна модулю комплексного числа. Мгновенные значения этой величины, которые в случае векторной диаграммы равны проекциям вектора на одну из осей координат, определяются действительной и мнимой частями комплексного числа. Сложение векторов на диаграмме заменяется сложением комплексных чисел.

Таким образом, символический метод заключается в том, что синусоидальный (или косинусоидальный) процесс представляют мнимой или реальной частями комплексного числа. Математические операции, диктуемые условиями задачи, проводят с комплексными числами, которые в символическом виде описывают реальный физический процесс. Конечный результат выражается мнимой или реальной частью комплексного выражения в зависимости от предварительного соглашения.

Как известно, комплексное число  $\hat{A}$  может быть представ-

лено в трех видах\*:

$$\hat{A} = a + jb = A(\cos \varphi + j \sin \varphi) = A e^{j\varphi}, \quad (2)$$

где  $a$  и  $b$  — реальная и мнимая части комплексного числа соответственно,  $A = \sqrt{a^2 + b^2}$  — модуль комплексного числа,  $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$  — аргумент комплексного числа,  $j = \sqrt{-1}$  — мнимая единица (см. рис. 2).

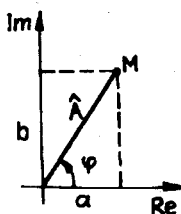


Рис. 2.

Из этих соотношений видно, что синусоидальному току  $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_0)$  (или напряжению, или другой синусоидально изменяющейся величине) соответствует мнимая часть комплексного числа:

$$i = I_m [\cos(\omega t + \varphi_0) + j \sin(\omega t + \varphi_0)] = I_m e^{j(\omega t + \varphi_0)} \quad (3)$$

Комплексная величина (3) и есть символическое представление синусоидального тока. Мгновенное значение тока

$$i = I_m(\hat{i}),$$

где  $I_m(\hat{i})$  — мнимая часть комплексной величины.

Точно таким же образом можно косинусоидальный ток  $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0)$  представить реальной частью комплексного числа  $\hat{i}$  (формула 3):

$$i = \text{Re}(\hat{i}).$$

Аргумент  $\varphi$  или  $\omega t + \varphi_0$  комплексной величины в формулах (2) и (3) представляет собой фазу синусоидального процесса. Ее изменению соответствует поворот вектора или враще-

\* В электро- и радиотехнике комплексное число отмечают вместо "крыши" точкой сверху ( $\hat{u}$ ). Мы этого не будем делать, поскольку в физике точка над символом означает производную по времени.



ние вектора на комплексной плоскости.

Комплексную величину  $I_m e^{j\varphi_0} = \dot{I}_m$  в формуле (3) называют комплексной амплитудой тока. Аналогичную величину для напряжения называют комплексной амплитудой напряжения и т.д. Поскольку в технике обычно используют эффективное значение силы тока  $I = I_m / \sqrt{2}$  и эффективное значение напряжения  $U = U_m / \sqrt{2}$ , то можно говорить о комплексной эффективной силе тока  $\dot{I} = I e^{j\varphi_0}$  и комплексном эффективном напряжении  $\dot{U} = U e^{j\varphi_0}$ , которые называют коротко комплексами силы тока и напряжения. Так как в практической электро- и радиотехнике интересуются именно эффективными значениями тока, начальными фазами и сдвигами фаз, а не амплитудными значениями, то обычно оперируют комплексами соответствующих величин в приведенном выше значении. Этот прием позволяет заменить вращающиеся вектора неподвижными. Векторная диаграмма характеризует взаимное расположение векторов силы тока и напряжения (т.е. сдвиги фаз, а не их абсолютные значения).

Символический метод можно применять без дополнительных ограничений в таких математических операциях, в которых реальная и мнимая части комплексного числа преобразуются независимо друг от друга. Такими операциями, называемыми линейными, будут сложение и вычитание, умножение и деление на постоянное реальное число, дифференцирование и интегрирование. Действительно, легко убедиться непосредственно, что в этих операциях справедливы тождества:

$$\begin{aligned}\hat{A}_k &\equiv \sum \operatorname{Re}(\hat{A}_k) + j \sum \operatorname{Im}(\hat{A}_k), \\ \rho \hat{A} &\equiv \rho \operatorname{Re}(\hat{A}) + j \rho \operatorname{Im}(\hat{A}) \quad (\rho - \text{реальное число}), \\ \frac{d}{dt}(\hat{A}) &\equiv \frac{d}{dt} \operatorname{Re}(\hat{A}) + j \frac{d}{dt} \operatorname{Im}(\hat{A})\end{aligned} \quad (4)$$

и т.д., которые отражают независимость преобразований с реальной и мнимой частями комплексного числа.

В случае нелинейных преобразований — умножении и делении эти тождества не выполняются. Для примера приведем расчет

средней мощности  $P = IU \cos \varphi$  переменного тока. Для получения правильного результата нужно использовать искусственный прием: одну из переменных необходимо заменить ее сопряженным значением и мощность найти из выражения

$$P = \operatorname{Re}(\hat{i} \hat{u}^*).$$

Важным для практики случаем является представление сопротивления в виде комплексного числа. Комплексным сопротивлением  $\hat{Z}$  рассматриваемого участка цепи называют величину, которая связывает между собой комплексную силу тока и комплексное напряжение через закон Ома

$$\hat{u} = \hat{Z} \hat{i}.$$

Выведем формулы комплексных сопротивлений для цепей с чисто активным, чисто индуктивным и чисто емкостным сопротивлениями, пользуясь выражениями  $u_R = Ri$ ,  $u_L = L \frac{di}{dt}$  и  $u_C = \frac{1}{C} \int i dt$ . Поскольку эти выражения отображают линейные зависимости, то на их основании можно найти соответствующие комплексные напряжения:

$$\hat{u}_R = R \hat{i},$$

$$\hat{u}_L = L \frac{d\hat{i}}{dt} = L \frac{d}{dt} I_m e^{j(\omega t + \varphi_0)} = j\omega L \hat{i},$$

$$\hat{u}_C = \frac{1}{C} \int \hat{i} dt = \frac{1}{j\omega C} I_m e^{j(\omega t + \varphi_0)} = \frac{1}{j\omega C} \hat{i}.$$

Согласно приведенным выше определениям получим теперь для комплексных сопротивлений следующие выражения

$$\begin{cases} \hat{Z}_R = R, \\ \hat{Z}_L = \hat{X}_L = j\omega L = jX_L, \\ \hat{Z}_C = \hat{X}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j} X_C. \end{cases} \quad (5)$$

где  $\mathcal{X}_L = \omega L$  и  $\mathcal{X}_C = \frac{1}{\omega C}$ .

Нужно подчеркнуть, что определение комплексного сопротивления содержит в себе нелинейную операцию  $\hat{z} = \hat{u}/\hat{i}$ . Поэтому связь между сопротивлением и комплексным сопротивлением отличается от аналогичных связей для силы тока или напряжения. Как видно из формул (5), сопротивление не равняется ни реальной, ни мнимой части комплексного числа, а равно модулю этого числа. Сказанное становится еще более очевидным, если записать  $\hat{\mathcal{X}}_L$  и  $\hat{\mathcal{X}}_C$  в виде

$$\hat{\mathcal{X}}_L = \mathcal{X}_L e^{+j\frac{\pi}{2}} \quad \text{и} \quad \hat{\mathcal{X}}_C = \mathcal{X}_C e^{-j\frac{\pi}{2}}.$$

Таким образом, комплексное сопротивление отличается от действительной величины на сомножитель  $e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$ , который учитывает сдвиг фазы между током и напряжением.

На основании описанных выше свойств комплексного сопротивления можно вычислить комплексное сопротивление сложной цепи на основании комплексных сопротивлений ее частей, используя формулы для нахождения обычных сопротивлений для последовательных и параллельных цепей, несмотря на то, что они содержат нелинейные операции умножения и деления. Поскольку для  $\hat{z}$  следует производить преобразования комплексного числа как целого, а не отдельно реальной и мнимой частей, то нет необходимости в том, чтобы выполнялись тождества типа (4). Следовательно, ограничения, связанные с нелинейностью математических операций, в данном случае отпадают.

Уравнения Кирхгофа для комплексных величин можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} \sum \hat{i}_k \hat{z}_k = \hat{e}_k, \\ \sum \hat{i}_k = 0. \end{cases}$$

Если известны параметры цепи и действующие в цепи электродвижущие силы, то для вычисления силы тока нужно найти комплексные сопротивления  $\hat{z}_k$  частей цепи, составить уравне-














ния Кирхгофа, решить их относительно сил тока  $\hat{i}_k$  и взять их реальную и мнимую части, именно те, которые использовались в первоначальном изложении.

#### Литература

И. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники. М.-Л., 1954, т. 2, гл. 2.

## Приложение 2

Условные обозначения приборов, наиболее  
широко используемых в лаборатории

На з в а н и е	Условный знак или обозначение
<u>Системы измерительных приборов</u>	
Магнитоэлектрический прибор с вращающейся катушкой	 М
Магнитоэлектрический прибор с вращающимся магнитом	
Электромагнитный прибор	 Э
Электродинамический прибор	 Д
Ферродинамический прибор	
Тепловой прибор	
Электростатический прибор	 С
Индукционный прибор	
Электродинамический логометр	
Магнитоэлектрический прибор со встроенным термическим преобразователем	 Т
Магнитоэлектрический прибор со встроенным выпрямителем	 Ц
<u>Другие условные обозначения</u>	
Магнитная защита	
Электрическая защита	

Постоянный ток

Переменный ток

Переменный и постоянный ток

Класс точности, например 1,5

Горизонтальное положение шкалы

Вертикальное положение шкалы

Наклонное положение шкалы, например,  $60^\circ$

Ориентация прибора относительно направления магнитного поля Земли

Измерительная цепь изолирована от корпуса и опробована напряжением, например, 2 кВ

Внимание! Смотри специальную инструкцию

Корректор нуля

Положительная клемма

Отрицательная клемма

Общая клемма

Клемма, соединенная с экраном

Клемма, соединенная с корпусом

Клемма для заземления

Номинальный размах шкалы, например, для частоты

Номинальный размах шкалы (подчеркнут) и расширенный размах шкалы

Арретир

Направление арретирования

1 2 3 4 5

—

$60^\circ$



+

-



Э, Экран



50-550 Гц

10-40-60-120 Гц

Арр. или Арретир

или

## Содержание

Предисловие .....	3
I. Электростатика .....	4
I.1. Изучение электростатического поля .....	4
I.2. Градуирование электростатического, вольт-метра .....	22
2. Дискретность заряда и дискретность энергии в атоме .....	28
2.1. Определение элементарного заряда методом Милликена .....	28
2.2. Определение потенциала возбуждения атома .....	37
2.2.1. Определение потенциала возбуждения атомов ртути .....	43
2.2.2. Определение потенциала возбуждения атома инертного газа .....	49
3. Удельный заряд электрона .....	51
3.1. Определение удельного заряда электрона по параметрам его траектории .....	52
3.2. Определение удельного заряда электрона методом магнетрона .....	58
4. Термоэмиссия .....	65
4.1. Распределение термоэлектронов по скоростям .....	77
4.2. Изучение закона трех вторых .....	80
4.3. Определение работы выхода электрона из вольфрама .....	83
4.4. Изучение эффекта Шоттки .....	87
5. Применения термоэмиссии и $p-n$ -перехода .....	90
5.1. Исследование вакуумных и полупроводниковых вентиляей .....	90
5.2. Изучение вакуумного триода и ознакомление с принципом работы усилителя .....	95

6. Источник тока. Электрический ток в газах и жидкостях.....	112
6.1. Исследование источника тока .....	112
6.2. Изучение законов Фарадея для электролиза .....	116
6.3. Электропроводность воздуха .....	122
7. Измерительный прибор магнитоэлектрической системы .....	131
7.1. Изучение гальванометра .....	131
8. Измерение магнитной индукции .....	150
8.1. Измерение магнитной индукции баллистическим методом .....	150
8.2. Измерение магнитной индукции веберметром .....	157
8.3. Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли .....	165
9. Магнитное поле в веществе .....	171
9.1. Изучение ферромагнетиков баллистическим методом .....	173
9.2. Осциллографирование петли гистерезиса ферромагнетика .....	183
10. Электропроводность полупроводников .....	190
10.1. Определение ширины запрещенной зоны полупроводника .....	199
10.2. Исследование полупроводников методом Холла .....	203
11. Магнитные резонансы .....	207
11.1. Магнитный резонанс стрелки компаса ...	208
11.2. Электронный парамагнитный резонанс и ядерный магнитный резонанс .....	213
11.2.1. Электронный парамагнитный резонанс .....	218
11.2.2. Ядерный магнитный резонанс ...	223
12. Изучение $RC$ -цепи .....	226
12.1. Апериодическая зарядка и разрядка конденсатора .....	228
12.2. Осциллографирование процессов зарядки и разрядки конденсатора .....	231



I2.3. Исследование релаксационных колебаний	235
I3. Свободные электромагнитные колебания .....	247
I3.1. Осциллографирование свободных электромагнитных колебаний .....	247
I4. Вынужденные электромагнитные колебания ....	256
I4.1. Исследование цепи переменного тока ..	256
I4.2. Резонансы токов и напряжений .....	272
I4.2.1. Резонанс токов и напряжений при частоте сети .....	283
I4.2.2. Резонанс токов и напряжений на звуковой частоте .....	285
I5. Электромагнитные волны .....	294
I5.1. Изучение поля излучения рупорной антенны .....	294
I5.2. Электромагнитные волны в длинной линии .....	306
Приложение I .....	321
Приложение 2 .....	328